

INSTITUCION EDUCATIVA DEPARTAMENTAL MONSEÑOR A. GUTIERREZ  
 GUIA DE MATEMATICAS GRADO QUINTO SEGUNDO PERIODO

ASIGNATURA	Matemáticas	curso	Quinto
Docente	Blanca Lilia Romero	Periodo	segundo
Competencia	Competencia general  Competencias específicas	Comprender la potenciación, radicación, logaritmación como también realizar operaciones sencillas; Identificar números fraccionarios, representación, comparación buscar fracciones equivalentes.	
Desempeños	Para aprender	Expresar de forma correcta potencias, raíz cuadrada y cúbica, y logaritmos de un número identificar números fraccionarios. Representar. Compara y halla fracciones equivalentes.	
	Para hacer	Resolver situaciones con potencias, radicación logaritmación	
	Para ser	Comprender la utilidad de las operaciones donde utilice números fraccionarios en su entorno.	
	Para convivir	Respetar la opinión de sus compañeros	

En esta guía definiremos potencias, raíz cuadrada, cubica, logaritmación fracciones entre otros temas, de uso frecuente en la vida cotidiana.

## Términos de una Potencia

<https://algebra2016.wordpress.com>

$$5^3 = 125$$

$5 = \text{base}$        $125 = \text{potencia}$   
 $3 = \text{exponente}$   
 $5 \times 5 \times 5$

# La Potenciación



La **POTENCIACIÓN** es una **multiplicación de varios factores iguales**, (la potenciación se considera una multiplicación abreviada). Ejemplo:  $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$   $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 6^5$

## TÉRMINOS DE LA POTENCIACIÓN

En la potenciación se diferencian TRES partes: **LA BASE**, **EL EXPONENTE** Y **POTENCIA**.

1. **Base:** Es el número que se multiplica por sí mismo tantas veces como lo indique el **Exponente**
2. **Exponente:** Es la cantidad de veces que la **base** se multiplica por sí misma.
3. **Potencia:** Es el resultado de multiplicar el número por sí mismo( o sea la Base).

## Practica con una guía

- 1 Eleva los siguientes números al cuadrado o a la 2.

El cuadrado de un número es el resultado de multiplicar ese número por sí mismo.

$$7^2 = 7 \times 7 = 49$$

$$9^2 = 9 \times 9 = \dots\dots$$

$$6^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots$$

$$10^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots$$

$$5^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots$$

$$12^2 = \dots\dots \times \dots\dots = \dots\dots$$

- 2 Eleva los siguientes números al cubo, o a la 3.

El cubo de un número es el resultado de multiplicar el número por sí mismo tres veces.

$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$

$$4^3 = \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc = \bigcirc$$

$$15^3 = \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc = \bigcirc$$

$$8^3 = \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc = \bigcirc$$

$$6^3 = \bigcirc \times \bigcirc \times \bigcirc = \bigcirc$$

**3 Modelación.** Expresa los siguientes productos como potencias.

$$12 \times 12 \times 12 \times 12 \times 12 = \dots\dots$$

$$6 \times 6 \times 6 = \dots\dots$$

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = \dots\dots$$

$$10 \times 10 = \dots\dots$$

$$9 \times 9 \times 9 \times 9 = \dots\dots$$

$$3 \times 3 \times 3 = \dots\dots$$

**4 Razonamiento.** Completa la tabla.

	Base	Exponente	Potencia	Se lee
$3^2$			9	
	10	5		
			25	
				Cinco elevado a la 6
$2^8$				

**Competencias ciudadanas**

Desarrolla este ejercicio con un compañero que haya tenido dificultades en la comprensión de algún tema y dale el apoyo que necesite.

**5 Comunicación.** Establece a qué número se refiere cada enunciado:

- Un número que elevado a la dos es igual a 16.
- Un número que elevado a la tres es igual a 27.
- Un número que elevado al cubo es igual a 8.

**Solución de problemas**

**6** Verónica preparó seis bandejas de colaciones. En cada bandeja organizó seis filas con seis colaciones en cada una. ¿Cuántas colaciones preparó Verónica?

**7** En la sala cuna de un hospital hay cuatro filas con cuatro cunas cada una. Si cambian cuatro veces al día los pañales a cada uno de los recién nacidos, ¿cuántos pañales emplean en un día? ¿Cuántos pañales gastarán en cuatro días?



**Propiedades de la potenciación.**

1. En las potencias con base 10, el resultado será la unidad seguida de tantos ceros como indica la cifra del exponente. Ejemplos:

$$\begin{aligned}
 10^0 &= 1 \\
 10^1 &= 10 \\
 10^2 &= 100 \\
 10^3 &= 1.000 \\
 10^4 &= 10.000 \\
 10^5 &= 100.000 \\
 10^6 &= 1.000.000
 \end{aligned}$$

2. Multiplicación de potencias de igual base El producto de dos o más potencias de igual a base «a» es igual a la potencia de base a y exponente igual a la suma de los exponentes respectivos.

**Ejemplo:**

$$9^3 \cdot 9^2 = 9^{3+2} = 9^5$$

3. División de Potencias de Igual Base Para dividir potencias de igual base, se escribe la misma base y se restan los exponentes.

**Ejemplo:**

$$5^4 / 5^2 = 5^{4-2} = 5^2 = 5 \cdot 5 = 25$$

4. Potencia de una potencia Para calcular la potencia de una potencia se escribe la misma base “a” y se multiplican los exponentes

**Ejemplo:**

$$(5^3)^2 = 5^6$$

**Radicación de números naturales** La radicación es la **operación matemática que encuentra o extrae la raíz de un número**. Básicamente consiste en encontrar la base de una potencia conociendo el exponente, por ello se conoce como la operación inversa de la potenciación

$$\begin{array}{c}
 \text{índice} \\
 \swarrow \\
 \sqrt[6]{64} = 2 \leftrightarrow 2^6 = 64 \\
 \swarrow \quad \searrow \\
 \text{símbolo de raíz} \quad \text{radicando} \\
 \text{raíz}
 \end{array}$$



### Raíz cuadrada exacta

Cuando un número entero se eleva a la potencia 2, es decir, al cuadrado, se obtiene otro número que se llama **cuadrado perfecto**.

Todo cuadrado perfecto, salvo el cero, procede de elevar al cuadrado un número. Ejemplo:  $6^2 = 36$  y raíz cuadrada de  $\sqrt{36} = 6$ .

Cuando el número es un cuadrado perfecto tiene raíz cuadrada exacta. Los cuadrados perfectos son los únicos que tienen raíz cuadrada exacta. Ejemplos.

$$\sqrt{4} = 2, \text{ porque } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3, \text{ porque } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{16} = 4, \text{ porque } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{25} = 5, \text{ porque } 5^2 = 25$$

$$\sqrt{36} = 6, \text{ porque } 6^2 = 36$$

$$\sqrt{49} = 7, \text{ porque } 7^2 = 49$$

$$\sqrt{64} = 8, \text{ porque } 8^2 = 64$$

$$\sqrt{81} = 9, \text{ porque } 9^2 = 81$$

$$\sqrt{100} = 10, \text{ porque } 10^2 = 100$$

Resuelve las siguientes raíces cuadradas:

$$2^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{4} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$6^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{36} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$3^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{9} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$7^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{49} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$4^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{16} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$8^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{64} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$5^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{25} = \boxed{\phantom{00}}$$

$$9^2 = \boxed{\phantom{00}} \rightarrow \sqrt{81} = \boxed{\phantom{00}}$$

# LOGARITMOS: DEFINICIÓN Y EJEMPLOS

Ejemplo 1:

$$2^x = 8$$

Se escribe y se lee así

$$\text{Log}_2 8 = 3 \text{ Porque } 2^3 = 8$$

Logaritmo en base "2" de "8" es igual a "3"

La logaritmación es una operación inversa a la potenciación, que permite calcular el exponente cuando se conoce la base y la potencia

Observa los ejemplos que encuentras a continuación sobre logaritmos



**Ejercicios de Logaritmos  
Con Números Naturales**

$\text{Log}_2 64 = 6$   $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$   
 $\text{Log}_5 125 = 3$   $5 \times 5 \times 5 = 125$   
 $\text{Log}_3 243 = 5$   $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$   
 $\text{Log}_6 1296 = 4$   $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 1296$   
 $\text{Log}_4 4096 = 6$   $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4096$   
 $\text{Log}_{10} 10.000 = 4$   $10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10.000$

## Practica con una guía

1 Expresa como radicación y como logaritmación las siguientes potencias.

Las operaciones de **radicación** y **logaritmación** están relacionadas con la potenciación.

$$7^2 = 49 \rightarrow \sqrt{49} = 7 \rightarrow \log_7 49 = 2$$

$$5^4 = \dots \rightarrow \sqrt[4]{\dots} = \dots \rightarrow \log_5 \dots = 4$$

$$6^3 = \dots \rightarrow \dots \rightarrow \dots$$

2 Completa la tabla.

Potencia	Raíz	Logaritmo
$6^5 = 7776$	$\sqrt[5]{7776} = 6$	$\log_6 7776 = 5$
$3^7 =$		$\log_3 2187 = 7$
	$\sqrt[4]{10000} = 10$	

Pensamiento numérico

3 Razonamiento. Halla el exponente en cada caso.

$9^{\circ} = 81$

$15^{\circ} = 225$

$6^{\circ} = 1296$

$4^{\circ} = 1024$

$7^{\circ} = 343$

$10^{\circ} = 1000000$

4 Ejercitación. Calcula los siguientes logaritmos.

$\log_3 243 = \dots$

$\log_5 3125 = \dots$

$\log_8 512 = \dots$

$\log_{10} 100 = \dots$

$\log_{11} 1331 = \dots$

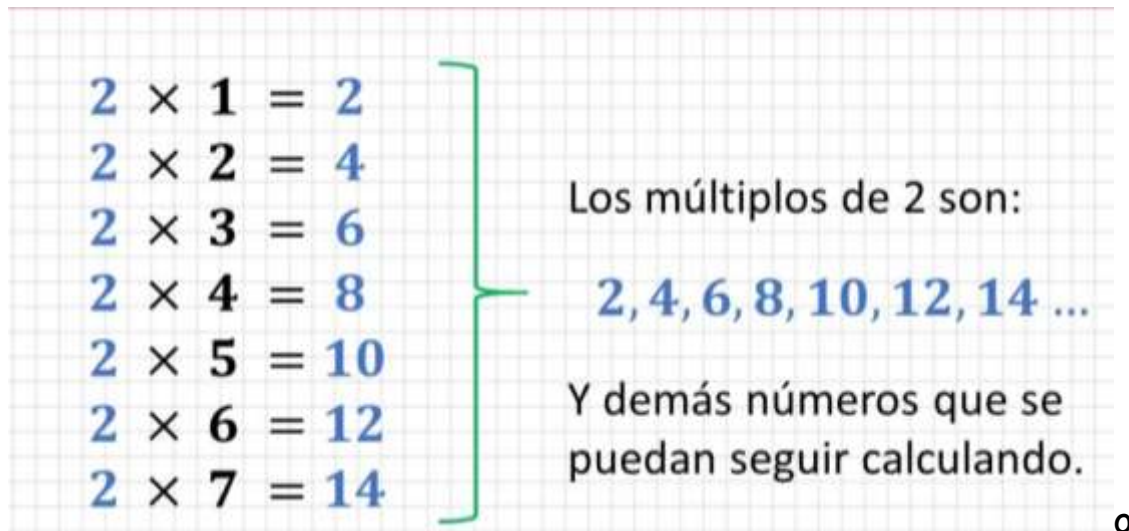
$\log_{12} 20736 = \dots$

5 Comunicación. Completa la tabla. Explícale a uno de tus compañeros cómo hallaste las respuestas.

Expresión con potencia	$7^3 = 343$		
Expresión con radical		$\sqrt[5]{32} = 2$	
Expresión con logaritmo			$\log_4 256 = 4$

## MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Los múltiplos de un número son los que se obtienen cuando se multiplica este número por cada uno de los números naturales. Los múltiplos de 2 y 3 y así sucesivamente con los demás números.



2 × 1 = 2  
2 × 2 = 4  
2 × 3 = 6  
2 × 4 = 8  
2 × 5 = 10  
2 × 6 = 12  
2 × 7 = 14

Los múltiplos de 2 son:  
**2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 ...**  
Y demás números que se puedan seguir calculando.

### ¡Listos, a trabajar!

1. Encierra en un los números que son múltiplos de 2:

16    124    261    69    84    174

28    302    306    71    96    268

42    406    473    47    120    569

2-Escribe los cinco primeros múltiplos de 5, y de 9

3 Ejercitación. Relaciona las dos filas.

Múltiplos de 3

Múltiplos de 10

Múltiplos de 7

0, 7, 14, 21, 28, 35 y 42

0, 3, 6, 9, 12 y 15

0, 10, 20, 30 y 40



## Divisores de un número

Los **DIVISORES** son números que dividen a otro número en partes exactas y enteras. Por ejemplo, 20 es divisor de 100 porque  $100 \div 20 = 5$  (el 20 divide a 100 en 5 partes iguales y enteras).

### Más divisores:

Los divisores de 12 son: 1, 2, 3, 4, 6, 12 Los divisores de 15 son: 1, 3, 5, 15 Los divisores de 18 son: 1, 2, 3, 6, 9, 18 Los divisores de 24 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 Los divisores de 30 son: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

- 1** Encuentra los divisores de 10. Calcula los cocientes y subraya las divisiones que sean exactas.

Para encontrar los divisores de un número, se divide entre los números naturales menores o iguales a él.

$$10 \div 1 = 10$$

$$10 \div 3 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 5 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 7 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 9 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 2 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 4 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 6 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 8 = \dots\dots\dots$$

$$10 \div 10 = \dots\dots\dots$$

R/ Los divisores de 10 son: 1, .....

- 2** Modelación. Señala cuál de los siguientes números no es divisor de 90. Justifica tus respuestas.

2

4

10

15

30

- 3** Razonamiento. Comprueba mentalmente si 10 es divisor de estos números.

80

120

42

380

415

- 4** Ejercitación. Halla los divisores de los siguientes números.

$$D_{21} = \{ 1, 3, \dots\dots\dots \}$$

$$D_{15} = \{ 1, \dots\dots\dots \}$$

$$D_{30} = \{ 1, 2, \dots\dots\dots \}$$

## Criterios de divisibilidad




3.- Escribe dos números de tres dígitos que cumplan con las indicaciones dadas.

<b>a.-</b> Números divisibles por 5 y por 3.		
<b>b.-</b> Números divisibles por 8 y por 6.		
<b>c.-</b> Números divisibles por 2 y por 4.		
<b>d.-</b> Números divisibles por 9 y por 10.		

#### 4.- RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

a.- ¿Existe algún número de tres dígitos que sea divisible por 2,3,4 y 9 simultáneamente? Fernando y Sofía proponen dos:

	<ul style="list-style-type: none"> <li>❖ ¿Quién tiene la razón? Justifica</li>   <li>❖ ¿Por qué el número correcto es además divisible por 6?</li> </ul>
--	--

b.- Escribe 3 números que cumplan todos los criterios de divisibilidad.

c.- En una empresa se van a envasar 800 kilogramos de arroz en bolsas de 3 kilos.

❖ Crea una pregunta para la situación planteada.	
❖ ¿Cuántos kilos de arroz quedan sin ser envasados?	

## Números primos y números compuestos

**Explora** • Un número es **primo** si tiene solo dos divisores: el 1 y él mismo.

2, 3, 5... son algunos números primos:

$$D_2 = \{1, 2\}$$

$$D_3 = \{1, 3\}$$

$$D_5 = \{1, 5\}$$

• Un número es **compuesto** si tiene más de dos divisores.

4, 6... son algunos números compuestos:

$$D_4 = \{1, 2, 4\}$$

$$D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$$

Los cinco titulares de un equipo de baloncesto quieren hacer grupos iguales para ensayar jugadas. Pueden hacerlo en un grupo de cinco o de manera individual.



$$5 \div 1 = 5$$

$$5 \div 5 = 1$$

• Cuando entrenan con uno de los suplentes, los seis jugadores pueden hacer un grupo de seis, dos grupos de tres, tres grupos de dos o los seis de forma individual.

$$6 \div 1 = 6$$

$$6 \div 2 = 3$$

$$6 \div 3 = 2$$

$$6 \div 6 = 1$$

### Practica con una guía

**1** Encuentra los divisores de los números de la tabla. Clasifícalos en primos o compuestos.

Los divisores de un número son también sus factores. Los factores o divisores de 12 son 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Número	Divisores	Primo	Compuesto
12	$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$		
14			
7			
21			
3			
11			
20			
17			
45			
31			

**2** Expresa los números como la adición de dos números primos.

Número	7	9	18	12	14
Adición de primos	$5 + 2$				



## Comprende

Según la cantidad de divisores, los números naturales pueden ser:

- **Primos**, si tiene exactamente dos divisores: él mismo y el 1. Por ejemplo, 2, 3, 5, 7, 11 y 13.
- **Compuestos**, si tiene más de dos divisores. Por ejemplo, 6, 8, 9, 12 y 20.
- El número 1 no se considera ni primo ni compuesto.



## Desarrolla tus competencias

Realiza más actividades en [www.redes-sm.net](http://www.redes-sm.net)



- 3 Ejercitación.** Encuentra los números primos menores que 100. Aplica el proceso denominado criba de Eratóstenes.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

### Criba de Eratóstenes

1. Tacha el número 1.
2. Tacha los múltiplos de 2, excepto el 2.
3. Tacha los múltiplos de 3, excepto el 3.
4. Tacha los múltiplos de 5, excepto el 5.
5. Tacha los múltiplos de 7, excepto el 7.
6. Los números que no han sido tachados son los números primos entre 1 y 100.

Los números primos entre 1 y 100 son:.....

- 4 Comunicación.** Determina si cada enunciado es verdadero (V) o falso (F). Justifica tus respuestas con ejemplos.

El número 1 es divisor de cualquier número. {.....}

Ejemplo:.....

Todo número es divisor de sí mismo. {.....}

Ejemplo:.....

No hay números pares primos. {.....}

Ejemplo:.....

## Solución de problemas

- 5** En quinto hay 30 estudiantes y en quinto B, hay 24. Los dos grupos de quinto grado participaron en una jornada ecológica. Los organizadores quieren hacer el mismo número de equipos en cada curso sin que sobre ningún estudiante. ¿Cuántos equipos



## Descomposición en factores primos

24		2
12		2
6		2
3		3
1		

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

*Así se expresa el número 24 como producto de factores primos.*

Para descomponer un número compuesto en sus factores primos, se divide el número dado por el menor de sus divisores primos, el cociente se divide también por el menor de sus divisores primos y así sucesivamente con los demás cocientes hasta hallar un cociente primo que se dividirá por sí mismo y dará como cociente 1.

24		2
12		2
6		2
3		3
1		

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3$$

*Así se expresa el número 24 como producto de factores primos.*

## Comprende

La **descomposición de un número** consiste en hallar el conjunto de sus factores.

Todo número se puede expresar como el producto de varios **números primos**.

$$45 = 3 \times 3 \times 5 \longrightarrow \text{Descomposición en números primos}$$

$$45 = 3^2 \times 5 \longrightarrow \text{Expresado como potencia}$$



## Desarrolla tus competencias

Practica  
www.r

- 2 Ejercitación.** Realiza divisiones sucesivas para descomponer cada número en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \\ \hline \end{array}$$

$$63 = 3 \times 3 \times 7$$

$$63 = 3^2 \times 7$$

$$\begin{array}{r|l} 68 & 2 \\ & \\ \hline \end{array}$$

$$68 = \dots\dots\dots$$

$$68 = \dots\dots\dots$$

$$\begin{array}{r|l} 72 & \\ & \\ \hline \end{array}$$

$$72 = \dots\dots\dots$$

$$72 = \dots\dots\dots$$

$$\begin{array}{r|l} 96 & \\ & \\ \hline \end{array}$$

$$96 = \dots\dots\dots$$

$$\begin{array}{r|l} 525 & \\ & \\ \hline \end{array}$$

$$525 = \dots\dots\dots$$

$$\begin{array}{r|l} 468 & \\ & \\ \hline \end{array}$$

$$468 = \dots\dots\dots$$

- 3 Modelación.** Escribe el número al que corresponde cada descomposición.

$$2 \times 3^2 \times 5 = \dots\dots\dots$$

$$3^2 \times 5^3 = \dots\dots\dots$$

$$2^4 \times 5^2 = \dots\dots\dots$$

$$2^5 \times 3 = \dots\dots\dots$$

$$3 \times 5 \times 7 = \dots\dots\dots$$

$$2^2 \times 3^3 = \dots\dots\dots$$

## Solución de problemas

- 4** Tania compró diez chicles de fresa y Manuel quince de menta. Quieren repartirlos en bolsas sin que sobre ninguno. ¿Cuántas posibilidades tienen para organizar los chicles? ¿Cuántos chicles pondrá cada uno en cada bolsa?





## 5. Máximo común divisor



Actividad



Ampliación multimedia

El **máximo común divisor** de dos o más números es el mayor de los divisores comunes de dichos números. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números naturales, el máximo común divisor de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  se simboliza  $\text{mcd}(a, b, c)$ .

Existen dos métodos para hallar el máximo común divisor de dos o más números: utilizando los conjuntos de divisores o descomponiendo los números en factores primos.

Para hallar el máximo común divisor, con los conjuntos de divisores, se realizan los siguientes pasos:

- **Primero**, se hallan todos los divisores de cada número.
- **Luego**, se buscan los divisores comunes de los conjuntos de divisores.
- **Finalmente**, se busca el mayor de los divisores comunes. Este es el máximo común divisor.

Para hallar el máximo común divisor, descomponiendo en factores primos, se realizan los siguientes pasos:

- **Primero**, se descompone cada número en factores primos.
- **Luego**, se escogen los factores comunes, elevados al menor exponente.
- **Finalmente**, se realiza la multiplicación de esos factores comunes. El producto es el máximo común divisor de los números.

### EJEMPLOS

1. Determinar el máximo común divisor de 18 y 24, a partir de los conjuntos de divisores.

**Primero**, se hallan todos los divisores de cada número.

$$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \quad D_{24} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

**Luego**, se buscan los divisores comunes: 1, 2, 3 y 6.

**Finalmente**, se tiene que el máximo común divisor es el mayor de los divisores comunes, es decir,  $\text{mcd}(18, 24) = 6$ .

2. Daniel quiere dividir una cartulina de 40 cm de largo y 30 cm de ancho en cuadrados con la mayor área posible, sin que sobre cartulina. ¿Cuánto debe medir el lado de cada cuadrado?

Para encontrar la medida del lado de cada cuadrado se halla el máximo común divisor de 40 y 30, así:

**Primero**, se descompone en factores primos cada número.

$$\begin{array}{r|l} 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

**Luego**, se determinan los factores comunes elevados al menor exponente: 2 y 5.

**Finalmente**, se realiza la multiplicación de los factores comunes, con lo cual se obtiene que el  $\text{mcd}(40, 30) = 10$ .

Por tanto, el lado de cada cuadrado debe medir 10 cm. De esta forma se puede dividir la cartulina en cuadrados con la mayor área posible sin que sobre cartulina.



1. Hallar el mcd de 72 y 180 usando el método abreviado.

**Primero**, se descomponen los números de manera simultánea, en factores primos comunes únicamente.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 180 \\ 36 & 90 \\ 18 & 45 \\ 6 & 15 \\ 2 & 5 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{array} \right.$$

**Luego**, se calcula el producto de los factores comunes:

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

**Finalmente**, se tiene que el mcd  $(72, 180) = 36$ .

2. El piso de un salón tiene forma rectangular de 16 metros de largo por 12 metros de ancho.

Si se quisiera cubrir con baldosas cuadradas del mayor tamaño posible, ¿cuántas baldosas se necesitarían?

**Primero**, se halla el mcd de 16 y 12, así:

$$\begin{array}{r|l} 16 & 12 \\ 8 & 6 \\ 4 & 3 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \end{array} \right.$$

**Segundo**, se calcula el producto de los factores comunes con lo cual se obtiene que el mcd  $(16, 12) = 4$ .

**Luego**, se calcula el área del salón  $A$ , y el área de una de las baldosas  $A_b$ .

$$A = 16 \times 12 = 192 \quad A_b = 4 \times 4 = 16$$

**Finalmente**, se divide el área del piso entre el área de cada baldosa.

$$192 \div 16 = 12$$

Por tanto, para cubrir el piso del salón se necesitarían 12 baldosas de 4 metros de lado.

3. Determinar el máximo común divisor de 16, 18 y 24.

Se realiza la descomposición simultánea únicamente en factores primos comunes.

$$\begin{array}{r|l} 16 & 18 & 24 \\ 8 & 9 & 12 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \end{array} \right.$$

En este caso el mcd  $(16, 18, 24) = 2$ , porque es el único factor primo que divide simultáneamente a los tres números.

4. En una floristería se tienen 120 rosas blancas, 360 rosas rojas y 280 rosas amarillas y se quiere formar ramos con la mayor cantidad de rosas de un mismo color.

- a. ¿Cuál es el mayor número de rosas que debe ir en cada ramo, de tal forma que no sobre ninguna rosa?

**Primero**, se descomponen simultáneamente 120, 360 y 280, en factores primos comunes únicamente.

$$\begin{array}{r|l} 120 & 280 & 360 \\ 60 & 140 & 180 \\ 30 & 70 & 90 \\ 15 & 35 & 45 \\ 3 & 7 & 9 \end{array} \left| \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 5 \end{array} \right.$$



**Luego**, se multiplican los factores primos comunes para hallar el máximo común divisor.

$$\text{mcd}(120, 280, 360) = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$= 40$$

**Finalmente**, se tiene que cada ramo debe estar conformado por 40 rosas del mismo color.

- b. ¿Cuántos ramos se obtienen de cada color?

Se divide cada cantidad de rosas entre el máximo común divisor, así:

$$120 \div 40 = 3 \quad 280 \div 40 = 7 \quad 360 \div 40 = 9$$

Por tanto, se pueden formar 3 ramos de rosas blancas, 7 ramos de rosas amarillas y 9 ramos de rosas rojas.

## 6. Mínimo común múltiplo



Actividad



Ampliaciones multimedia

El **mínimo común múltiplo** de dos o más números es el menor de los múltiplos comunes diferente de cero.

Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números naturales, el mínimo común múltiplo de  $a$ ,  $b$  y  $c$  se simboliza  $\text{mcm}(a, b, c)$ .

### Matemáticamente

Si  $a$  es un número natural, ¿a qué es igual  $\text{mcm}(a, 1)$ ?

De manera similar al máximo común divisor, el mínimo común múltiplo se puede calcular de dos formas: utilizando los conjuntos de múltiplos de los números y descomponiendo en factores primos los números.

Para hallar el mínimo común múltiplo, con los conjuntos de múltiplos, se realiza el siguiente procedimiento:

- **Primero**, se escribe el conjunto de múltiplos de cada número.
- **Luego**, se buscan los múltiplos comunes de los conjuntos de los múltiplos.
- **Finalmente**, se busca el menor de los múltiplos comunes diferente de cero.

Para hallar el mínimo común múltiplo, por descomposición en factores primos, se realizan los siguientes pasos:

- **Primero**, se descomponen los números en sus factores primos.
- **Luego**, se escogen los factores comunes y no comunes, elevados al mayor exponente.
- **Finalmente**, se realiza la multiplicación de esos factores comunes. Ese es el  $\text{mcm}$  de los números.

### EJEMPLOS

1. Determinar el mínimo común múltiplo de 4 y 6 usando los conjuntos de múltiplos de los números.

**Primero**, se escribe el conjunto de múltiplos de cada número.

$$M_4 = \{0, 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, \dots\}$$

$$M_6 = \{0, 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, \dots\}$$

**Luego**, se buscan los múltiplos comunes de los conjuntos de los múltiplos: 0, 12, 24, 36, 48,...

**Finalmente**, se tiene que el menor de los múltiplos comunes, diferente de cero, es el mínimo común múltiplo, es decir,  $\text{mcm}(4, 6) = 12$ .

2. Hallar el mínimo común múltiplo de 45 y 150 descomponiendo cada número en factores primos.

**Primero**, se descomponen los números en factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

**Luego**, se eligen los factores comunes y no comunes, elevados al mayor exponente:  $2 \times 3^2 \times 5^2$ .

**Finalmente**, se realiza la multiplicación de esos factores con lo cual se obtiene el mínimo común múltiplo.

$$\text{mcm}(45, 150) = 2 \times 3^2 \times 5^2 = 450$$



## Múltiplos de un número

● Escribe los 10 primeros múltiplos de cada número.

193.  $M_4 = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

194.  $M_5 = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

195.  $M_{12} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

196.  $M_{25} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

● Lee y resuelve.

"La suma de dos múltiplos de un número es también múltiplo de ese número. Además, si al menos uno de los factores en una multiplicación es múltiplo de un número, el producto también lo es".

Marca con  $\checkmark$  las sumas y los productos que son múltiplos de 7, sin resolver las operaciones.

197.  $49 + 15$        200.  $45 \times 60$

198.  $56 + 35$        201.  $17 \times 54$

199.  $20 \times 70$        202.  $121 \times 56$

Escribe cinco sumas y cinco multiplicaciones sin resolver, cuyo resultado sea múltiplo de 3.

203. Sumas      204. Multiplicaciones



## Divisores de un número

● Escribe todos los divisores de cada número.

205.  $D_{24} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

206.  $D_{72} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

207.  $D_{96} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

208.  $D_{108} = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$

● Resuelve.

209. Subraya los números que son divisibles entre 2, 3, 5, 9 y 10.

450      2.420      3.140      55.080

1.176      6.255      7.920      65.910

210. Encierra los números que son divisibles entre 6 y entre 9, sin hacer las divisiones.

7.200    2.100    1.089    56.672    982.134

● 211. Escribe D en las casillas que cumplen el criterio de divisibilidad.

	Divisibilidad entre						
	2	3	4	5	6	9	10
24							
96							
104							
115							
222							
405							
625							
702							
900							
930							

● Responde.

212. Si el número  $3a2$  es divisible entre 3, ¿cuáles son los posibles valores de  $a$ ? \_\_\_\_\_.

213. Si el número  $5a3b$  es múltiplo de 3 y de 5, ¿cuáles son los posibles valores de  $a$  y cuáles son los posibles valores de  $b$ ? \_\_\_\_\_.

214. Si el número  $2a7b$  es divisible entre 2, 3 y 5, ¿cuál es el valor de  $a$  y cuál es el valor de  $b$ ? \_\_\_\_\_.

215. Cambia el orden de las cifras de cada número de la tabla para obtener otro con las condiciones pedidas.

Número	Condición	Número nuevo
7.050	Divisible entre 5 y no divisible entre 10.	
3.200	Divisible entre 2 y no divisible entre 10.	
4.902	Divisible entre 3 e impar.	
9.005	Divisible entre 4.	
5.058	Divisible entre 5 y entre 9.	
8.226	Divisible entre 6 y divisible entre 4.	



## Proceso estadístico

**Explora** • El proceso estadístico es un ejercicio en el que intervienen una serie de pasos ordenados a través de los cuales se pueden realizar diferentes investigaciones.

Un proceso estadístico contiene los siguientes pasos básicos:

Pasos	Ejemplo
Elegir el tema y los objetivos de la investigación.	Para los colombianos, ¿cuál es el invento más importante de los últimos años?
Elegir la población (grupo de personas u objetos) que participará en la investigación.	Población colombiana.
Determinar la muestra (una parte de la población).	Mil personas de las principales ciudades colombianas.
Preparar y elaborar los medios para recolectar los datos.	Formular la encuesta para hacer una entrevista telefónica.
Recoger, organizar e interpretar los datos para obtener conclusiones.	Los colombianos consideran que el teléfono celular es el invento más importante de los últimos años.



### Practica con una guía

1 Propón una estrategia para conocer un poco más los gustos de las personas que te rodean.

Organizar la información que se recoja en un estudio estadístico facilita la obtención de conclusiones.

• Elige uno de los siguientes temas de investigación:

Color preferido.

Canción preferida.

Pasatiempo preferido.

• Elige la población y la muestra:

Familia (primos y hermanos).

Compañeros (niños de una de las filas).

Vecinos (niños de la cuadra).

• Realiza una pregunta asociada con el tema que elegiste y anota las respuestas en tu cuaderno.

• Escribe una conclusión a partir de las respuestas obtenidas.

## Comprende

En un **proceso estadístico**:

- Se definen el tema y los objetivos.
- Se eligen la población y la muestra.
- Se preparan y elaboran los medios para recolectar los datos.
- Se recogen, organizan e interpretan los datos.



Practica lo aprendido en [www.redes-sm.net](http://www.redes-sm.net)



## Desarrolla tus competencias

**2 Razonamiento.** Relaciona cada tema con la pregunta que consideres apropiada para estudiarlo.

Tema	Pregunta
Promedio del número de estudiantes de un colegio.	¿Cuál es tu deporte preferido?
	¿Cuántos niños estudian en tu colegio?
	¿Cuántos niños hay en tu barrio?
Pasatiempos de los niños de un colegio.	¿Qué profesión tienen tus padres?
	¿Llenas crucigramas?
	¿Qué actividades realizas en tu tiempo libre?

## Educación en valores

Mejorar la calidad de tus trabajos es un esfuerzo que debes realizar diariamente.

**3 Modelación.** Propón la población, la muestra y el medio para recolectar los datos del siguiente tema de estudio.

Tema: Lugar preferido para pasear dentro la ciudad	
Población	
Muestra	
Medio de recolección de los datos	

## Solución de problemas

- 4** Averigua el tiempo semanal que dedican tus compañeros a practicar un deporte.
- Escribe una pregunta y fórmulasela.
  - Registra la información obtenida en una tabla.
  - Anota las conclusiones obtenidas.



# Tablas de frecuencias

**Explora** • Las tablas de frecuencias sirven para clasificar de manera ordenada los datos recolectados en un estudio estadístico.

Sofía formuló a 21 de sus compañeros de curso la pregunta: ¿Cuál es el servicio público que te parece más importante? Obtuvo las siguientes respuestas:



Agua Agua Gas Agua Luz Agua Teléfono  
 Teléfono Agua Teléfono Luz Agua Gas Agua  
 Agua Luz Agua Agua Teléfono Teléfono Luz

• Para organizar y clasificar los datos utilizó una tabla de frecuencias.

		Servicio público más importante		
		Servicio	Conteo	Frecuencia
Datos	Título	Luz	////	5
		Agua	### ###	10
		Gas	//	2
		Teléfono	###	5
		<b>Total</b>		<b>21</b>

← Número de veces que aparece cada dato.

**R/** Sofía pudo concluir que para sus compañeros el servicio público más importante es el del agua.

## Practica con una guía

**1** Completa la tabla de frecuencias correspondiente.

• Ruth hizo una encuesta a algunos estudiantes de 5.º de su colegio, acerca del alimento que no puede faltar en el desayuno del fin de semana, y obtuvo los siguientes datos:

Al elaborar una tabla de frecuencias:

- Elige un título.
- Define los datos.
- Traza una marca por cada respuesta. Agrúpalas de 5 en 5 para facilitar el conteo.
- Escribe las frecuencias.
- Verifica que la suma de frecuencias coincida con el total de respuestas.

Caldo Pan Pan Chocolate Café Pan  
 Pan Café Caldo Caldo Chocolate Chocolate  
 Café Chocolate Caldo Chocolate Chocolate Pan

Alimento	Conteo	Frecuencia
Caldo		
Chocolate	### /	6
Pan		
Café		
	<b>Total</b>	



## Comprende

Las **tablas de frecuencias** sirven para clasificar y organizar la información obtenida al final de un proceso estadístico. La **frecuencia** es el número de veces que se repite cada dato.

## Desarrolla tus competencias

**2 Modelación.** Lee la información y completa la tabla de frecuencias.

- Se preguntó a algunos estudiantes: ¿Cuántos minutos diarios dedican a la lectura? Las respuestas fueron:

15	15	30	45	30	45	45	15	30	60
45	60	30	15	45	30	45	30	45	30
60	15	15	30	15	30	15	30	15	30

Tiempo diario dedicado a la lectura		
Número de minutos	Conteo	Número de estudiantes
15		
30		
45		
60		

**3 Comunicación.** Responde las preguntas de acuerdo con la información de la tabla anterior.

- ¿Cuántos estudiantes respondieron la pregunta?
- ¿Cuál es el menor tiempo que se dedica a la lectura diaria?
- ¿Cuántos estudiantes leen durante 60 minutos diarios?
- ¿Qué conclusión puedes obtener de esta información?

## Solución de problemas

**4** Samuel es dueño de un almacén de pinturas y lleva el control diario de sus ventas. El lunes vendió 38 galones de pintura, el martes diez menos que el lunes, el miércoles el doble que el martes, el jueves 58, el viernes 76 y el sábado 19.

Elabora la tabla de frecuencias y responde:

- ¿En qué día vendió mayor cantidad de galones de pintura?
- ¿Cuántos galones de pintura vendió entre el lunes y el martes?
- ¿Cuántos galones menos vendió el miércoles que el viernes?





# Gráficas de barras y de líneas. Construcción e interpretación

**Explora** • Las gráficas de barras y de líneas muestran la frecuencia de los datos recolectados en un estudio estadístico y permiten analizar su variación.

La tabla muestra el número de pares de zapatos arreglados durante una semana en la remontadora **Fernandino**.

Día	lunes	martes	miércoles	jueves	viernes	sábado
N.º de pares	50	35	30	40	15	15



- La información se puede representar en diferentes tipos de gráficas.



Se trazan dos ejes. Sobre el horizontal se ubican los días y sobre el vertical, el número de pares de zapatos. Se dibujan las barras que indican la frecuencia de cada dato.



Se trazan dos ejes. Sobre el horizontal se ubican los días y sobre el vertical, el número de pares de zapatos. Se marcan puntos que relacionen cada dato con su frecuencia. Se unen con segmentos.

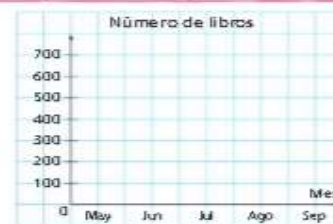
- En cada una de las gráficas se observa que el lunes fue el día que arreglaron más pares de zapatos.

## Practica con una guía

1 Completa las gráficas, según la información de la tabla.

Libros vendidos en la Librería Sol					
Mes	mayo	junio	julio	agosto	septiembre
Libros vendidos	250	400	500	650	300

La altura de las barras o de los picos, depende de la frecuencia de cada dato.



## Comprende

Los datos recolectados en un estudio estadístico se pueden representar por medio de gráficas.

- La **gráfica de barras** muestra la frecuencia de cada categoría de datos por medio de la altura de los rectángulos.
- La **gráfica de líneas** muestra la frecuencia de cada categoría de datos con puntos. En ella se observa la variación de los datos con respecto al tiempo.



## Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en [www.redes-sm.net](http://www.redes-sm.net)

- 2 Razonamiento.** Analiza la información representada en la gráfica y responde.

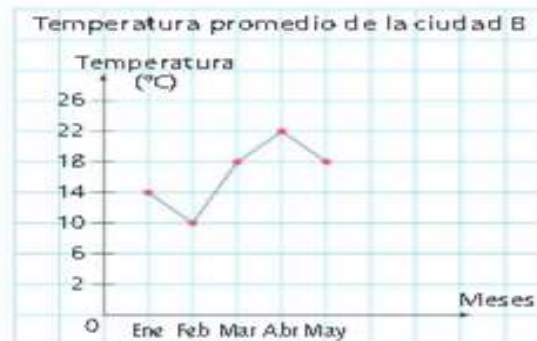


- ¿Cuántos estudiantes quieren ser ingenieros?
- ¿Cuántos quieren ser médicos?
- ¿Qué profesión es la menos preferida?
- ¿A cuántos estudiantes se les hizo la encuesta?

## Competencias ciudadanas

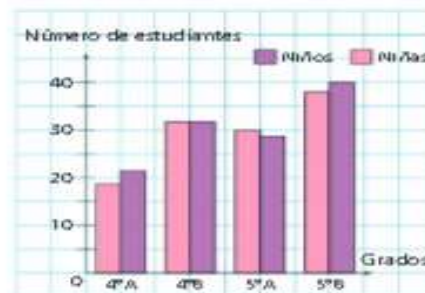
Revisa los resultados del ejercicio 2 con dos compañeros. Preocúpate por los intereses profesionales de cada uno de ellos.

- 3 Comunicación.** Compara las gráficas y escribe tres diferencias.



## Solución de problemas

- 1** El coordinador académico elaboró una gráfica de barras que muestra el número de estudiantes de cada una de las aulas de cuarto y quinto. ¿Cuántos estudiantes hay en estos dos grados?

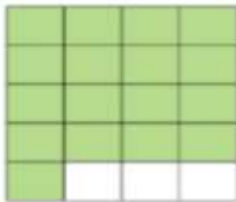


## Las fracciones y sus términos. Representación

- Explora**
- Los términos de una fracción son el **numerador** y el **denominador**.
  - Para representar una fracción se elige una unidad, se divide en tantas partes iguales como indica el denominador y se marcan las partes que señala el numerador.

Un grupo de excursionistas llegó a un refugio ubicado en la base de una de las montañas que explorarán durante el fin de semana.  
¿Qué parte del refugio ocuparon?

- Como el refugio tiene ocupadas 17 de las 20 habitaciones, se representa así:



$\frac{17}{20}$  ← Numerador: habitaciones ocupadas  
 $\frac{17}{20}$  ← Denominador: número de habitaciones

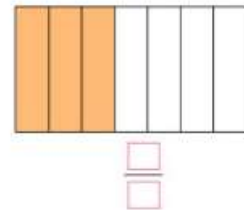
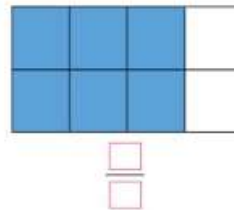
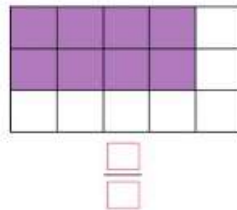


R/ El número  $\frac{17}{20}$  (diecisiete veinteavos) es una fracción que representa la parte ocupada del refugio.

### Practica con una guía

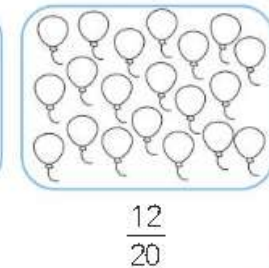
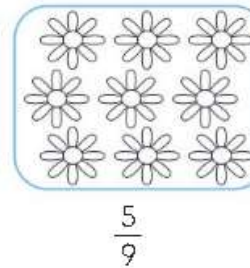
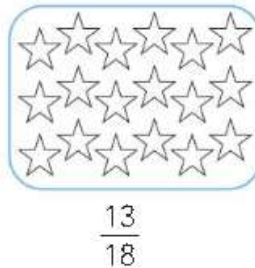
- 1 Escribe la fracción que representa la parte coloreada en cada caso.

Recuerda que el denominador indica las partes en que se divide la unidad y el numerador las partes que se toman o a las que se hace referencia.



- 2 En cada conjunto, colorea los elementos necesarios para representar la fracción indicada.

En la fracción de un conjunto, el denominador indica el número de elementos y el numerador los elementos a los que se hace referencia.





## Comprende

Las fracciones son expresiones numéricas que relacionan las partes iguales en las que se divide un todo y las partes que se toman o consideran. Una fracción tiene dos términos:

$$\frac{10}{15} \begin{array}{l} \leftarrow \text{Numerador} \\ \leftarrow \text{Denominador} \end{array}$$

- El denominador indica el número de partes iguales en que se divide la unidad.
- El numerador indica el número de partes que se toman de la unidad.



## Desarrolla tus competencias

Practica la escritura en [www.redes-sm.net](http://www.redes-sm.net)

- 3 **Ejercitación.** Escribe las siguientes fracciones. Señala el numerador y el denominador de cada una.

Dos tercios

Tres cuartos

Cinco séptimos

Ocho novenos

Un sexto

Siete octavos

- 4 **Modelación.** Representa las fracciones en la recta.



Al representar una fracción en la recta, el denominador indica el número de partes en que se divide cada unidad y el numerador, las partes que se toman.

- 5 **Comunicación.** Completa la siguiente tabla.

Representación	Fracción	Se lee
		Seis novenos

## Solución de problemas

- 6 La mandarina de Manuel tenía diez gajos y él se ha comido tres; la mandarina de Mariana tenía once gajos y ella se ha comido cuatro. Expresa mediante fracciones la cantidad de mandarina que se ha comido cada niño y la cantidad que le falta por comer.





## 1.2 Interpretaciones del concepto de fracción



Un número fraccionario puede tener varias aplicaciones dependiendo del contexto en el que se esté empleando. En todos los casos el número se representa de la misma manera, pero el numerador y el denominador tienen diferentes interpretaciones.

### Fracción como cociente

Una fracción puede representar la división de dos cantidades. En este caso el numerador de la fracción representa al dividendo y el denominador representa al divisor.

Por ejemplo, 483 imágenes distribuidas equitativamente en 18 páginas se pueden expresar como  $483 \div 18$  o en forma de fracción como  $\frac{483}{18}$ .

### Fracción como razón

Las fracciones también se pueden usar para representar la comparación de dos cantidades que tienen una característica común que las relaciona.

Por ejemplo, en un salón de clases por cada 5 niños hay 7 niñas. La relación entre el número de niños y niñas se puede expresar de las siguientes formas:

- # La relación entre niños y niñas es de 5 a 7.
- # Por cada 5 niños hay 7 niñas.
- # La fracción  $\frac{5}{7}$  que se lee 5 es a 7.

### Fracción como operador de un número

En muchos casos surge la necesidad de calcular la fracción de un número dado, para lo cual se multiplica el numerador de la fracción por el número y el resultado se divide entre el denominador de la fracción.

Por ejemplo, Carlos tiene 28 estampillas,  $\frac{5}{7}$  de estas son nacionales. ¿Cuántas estampillas nacionales tiene Carlos?

$$\frac{5}{7} \text{ de } 28 \text{ son } \frac{5}{7} \times 28 \text{ es decir, } 5 \times 28 = 140 \text{ y } 140 \div 7 = 20$$

En conclusión, Carlos tiene 20 estampillas nacionales.

Es importante tener en cuenta que no siempre el resultado es un número natural, por ejemplo:

$$\frac{3}{5} \text{ de } 76 = \frac{3 \times 76}{5} = \frac{228}{5} = 45\frac{3}{5}$$

### Historia de las matemáticas

#### Los egipcios y las fracciones

Según evidencias encontradas en excavaciones hechas en los siglos XIX y XX, se sabe que los egipcios antiguos fueron los primeros en utilizar las fracciones.



Ellos solo usaban fracciones cuyo numerador era el 1; es decir, fracciones de la forma  $\frac{1}{n}$ , por lo cual, se tiene claridad de que no tenían noción del concepto de número mixto.

$$I = 1,$$

$$n = 10,$$

$$e = 100$$

$$\overset{\circ}{\text{III}} = \frac{1}{3} \quad \overset{\circ}{\text{IIII}} = \frac{1}{5}$$

$$\overset{\circ}{\text{nni}} = \frac{1}{21} \quad \overset{\circ}{\text{eii}} = \frac{1}{102}$$

### EJEMPLO

En el colegio,  $\frac{3}{4}$  de los 1.200 estudiantes practican algún deporte.

¿Cuántos estudiantes practican algún deporte?

Se calculan los  $\frac{3}{4}$  de 1.200 así:

$$1.200 \div 4 = 300, 300 \times 3 = 900$$

Luego, 900 estudiantes practican algún deporte.





## 1.3 Clases de fracciones

Las fracciones se pueden clasificar de acuerdo con el valor que tiene el numerador y el valor que tiene el denominador. Esta clasificación es la siguiente:

- ▣ Las **fracciones propias** son las que representan un número menor que la unidad y se caracterizan porque el numerador es menor que el denominador. Por ejemplo  $\frac{2}{7}$ ,  $\frac{11}{27}$  o  $\frac{34}{1.531}$ .
- ▣ Las **fracciones unidad** son las que representan una unidad completa y se reconocen fácilmente porque el numerador y el denominador tienen el mismo valor. Por ejemplo  $\frac{7}{7}$ ,  $\frac{11}{11}$  o  $\frac{1.578}{1.578}$ .
- ▣ Las **fracciones impropias** son aquellas en las que el numerador es mayor que el denominador y no es múltiplo de este; en tal caso, el número representa más de una unidad completa. Son algunos ejemplos de ellas  $\frac{12}{7}$ ,  $\frac{31}{13}$  o  $\frac{4.834}{753}$ .
- ▣ Las **fracciones enteras** o aparentes son aquellas cuyo numerador es múltiplo del denominador. En estos casos, la fracción representa un número exacto de unidades completas. Por ejemplo  $\frac{21}{7}$  corresponde al número 3, ya que 21 dividido entre 7 es 3.

### Recuerda que...

Un número natural  $a$  es múltiplo de otro número natural  $b$  si existe un tercer número natural  $c$  tal que

$$b \times c = a$$

Por ejemplo, 45 es múltiplo de 9 porque existe el número 5, tal que

$$9 \times 5 = 45$$

## EJEMPLOS

1. En la clase de matemáticas, la profesora pide a sus estudiantes escribir una fracción impropia cuyo numerador sea el triple del denominador aumentado en 5 unidades. Sara responde que es imposible que dicha fracción sea impropia. Explicar por qué la afirmación de Sara es incorrecta.

La fracción planteada por la profesora puede tener muchas soluciones.

Supongamos que el denominador de la fracción fuera 6, el numerador debe ser  $6 \times 3 + 5 = 23$ .

Luego, una posible fracción es  $\frac{23}{6}$ .

$\frac{23}{6}$  es una fracción impropia, ya que el numerador es mayor que el denominador, por lo cual podemos concluir la afirmación de Sara es incorrecta.

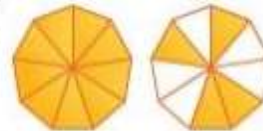
2. En cada salto un venado avanza  $\frac{7}{8}$  metro, ¿este salto es mayor o menor que un metro?

El salto de un venado está representado por una fracción propia. Por ello, el salto es menor que un metro.



3. Indicar la clase de fracción que está representada en cada gráfico.

a.  $\frac{13}{9}$



Es una fracción impropia.

b.  $\frac{6}{6}$



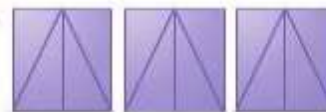
Es una fracción igual a la unidad.

c.  $\frac{1}{2}$



Es una fracción propia.

d.  $\frac{12}{4} = 3$



Es una fracción entera.



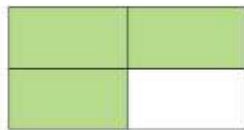
## Fracciones equivalentes

**Explora** • Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma parte de una unidad.

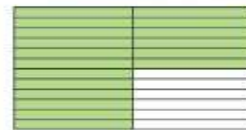
Inés y Ernesto tienen dos parcelas iguales.

Inés sembró lechugas en  $\frac{3}{4}$  de la parcela y Ernesto sembró acelgas en  $\frac{18}{24}$  de la suya. ¿Quién de los dos sembró una mayor parte de su parcela?

- Para saber quién sembró una mayor parte de su parcela, se representan las fracciones de terreno cultivadas.



$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$$



**R/** Los dos sembraron la misma superficie de la parcela.

- Para comprobar si dos fracciones son equivalentes se multiplican sus términos "en cruz". Si al multiplicar "en cruz" los términos el resultado es el mismo, las fracciones son equivalentes.

$$3 \times 24 = 4 \times 18$$

$$72 = 72$$

- Para obtener fracciones equivalentes se utiliza la **amplificación** y la **simplificación**.

Una fracción se **amplifica** multiplicando el numerador y el denominador por el mismo número.

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{6}{8} \xrightarrow{\times 3} \frac{18}{24}$$

$$\frac{3}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{6}{8} \xrightarrow{\times 3} \frac{18}{24}$$

$\frac{3}{4}$ ,  $\frac{6}{8}$  y  $\frac{18}{24}$  son fracciones equivalentes.

Una fracción se **simplifica** dividiendo el numerador y el denominador por el mismo número.

$$\frac{18}{24} \xrightarrow{-2} \frac{9}{12} \xrightarrow{-3} \frac{3}{4}$$

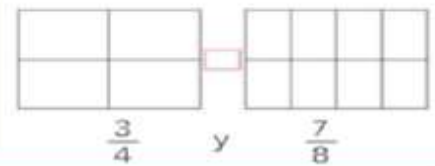
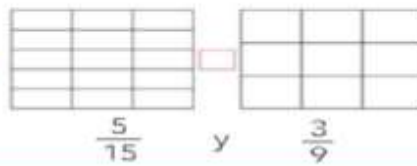
$$\frac{18}{24} \xrightarrow{-2} \frac{9}{12} \xrightarrow{-3} \frac{3}{4}$$

$\frac{18}{24}$ ,  $\frac{9}{12}$  y  $\frac{3}{4}$  son fracciones equivalentes.

### Practica con una guía

- 1** Representa cada par de fracciones. Luego, escribe en el cuadro si son equivalentes o si no lo son.

Multiplica en cruz los términos de las fracciones para ver si son equivalentes.





## Comprende

Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan la misma parte de una unidad.

Para obtener fracciones equivalentes se pueden utilizar dos procedimientos.

- La **amplificación**, que consiste en multiplicar el numerador y el denominador por el mismo número.

$$\frac{2}{5} \rightarrow \frac{2}{5} \times \frac{2}{2} \rightarrow \frac{4}{10} \quad \leftarrow \text{fracción amplificada}$$

- La **simplificación**, que consiste en dividir el numerador y el denominador por el mismo número.

$$\frac{4}{10} \rightarrow \frac{4}{10} \div \frac{2}{2} \rightarrow \frac{2}{5} \quad \leftarrow \text{fracción simplificada}$$



## Desarrolla tus competencias

Practica lo aprendido en [www.redes-sm.net](http://www.redes-sm.net)



- 2 **Ejercitación.** Multiplica en cruz y señala cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes.

$\frac{4}{6} \text{ y } \frac{2}{3}$

$\frac{2}{8} \text{ y } \frac{8}{2}$

$\frac{1}{3} \text{ y } \frac{3}{9}$

$\frac{2}{5} \text{ y } \frac{4}{9}$

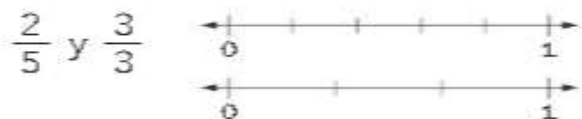
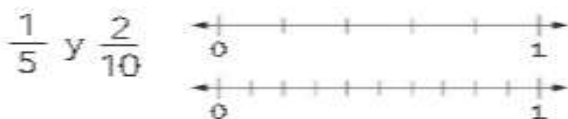
- 3 **Modelación.** Escribe fracciones equivalentes a las dadas. Utiliza la amplificación.

$\frac{1}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{\square}{\square} \quad \frac{2}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{\square}{\square} \quad \frac{7}{9} \times \frac{2}{2} = \frac{\square}{\square} \quad \frac{3}{8} \times \frac{6}{6} = \frac{\square}{\square}$

- 4 Escribe fracciones equivalentes a las dadas. Utiliza la simplificación.

$\frac{15}{25} \div \frac{5}{5} = \frac{\square}{\square} \quad \frac{8}{16} \div \frac{4}{4} = \frac{\square}{\square} \quad \frac{20}{30} \div \frac{10}{10} = \frac{\square}{\square} \quad \frac{15}{27} \div \frac{3}{3} = \frac{\square}{\square}$

- 5 **Comunicación.** Representa cada par de fracciones en la recta numérica y determina si son equivalentes o no.



## Solución de problemas

- 6 Las dos salas de cine de un centro comercial tienen 320 sillas. Si en la sala 1 hay ocupadas las  $\frac{3}{4}$  partes de las sillas y en la sala 2,  $\frac{6}{8}$ , ¿cuál de las dos salas de cine tiene más sillas ocupadas?



## Educación en valores

En las conversaciones es importante prestar atención para comprender mejor las ideas.

## Polígonos y su clasificación

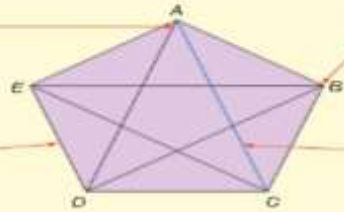
**Explora** • Un **polígono** es una región plana limitada por una línea poligonal cerrada. En él se pueden encontrar los siguientes elementos:

### Ángulos

Son las regiones que forman los lados al cortarse. Se escribe  $\sphericalangle EAB$ .

### Lados

Son los segmentos que limitan el polígono. Se escribe  $\overline{DE}$ .



### Vértices.

Son los puntos donde se cortan los lados. Se nombran con una letra mayúscula. (B)

### Diagonales

Son los segmentos que unen dos vértices no consecutivos. Se escribe AC.

Los segmentos que rodean la escultura, representada en la ilustración forman una línea poligonal cerrada. El terreno delimitado por la cuerda tiene forma de polígono.



## Practica con una guía

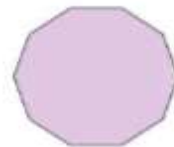
**1** Cuenta el número de lados de cada polígono y determina a qué clase corresponde.

Los polígonos se pueden clasificar según el número de lados:

No. de lados	Nombre
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octágono
9	Eneágono
10	Decágono

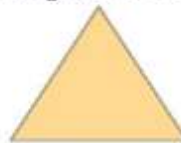


Eneágono



**2** Mide los lados del triángulo y determina si es regular o no.

Un polígono regular tiene todos sus lados y todos sus ángulos iguales.



## Comprende

Un **polígono** es una parte del plano limitada por una línea poligonal cerrada.

Los elementos de un polígono son: los **lados**, los **vértices**, los **ángulos** y las **diagonales**.

Un polígono puede ser:

- **Regular:** si todos sus lados tienen la misma longitud y todos sus ángulos son iguales.
- **Irregular:** si sus lados o ángulos son diferentes entre sí.

## Desarrolla tus competencias

- 3 Modelación.** Señala cuáles de las siguientes figuras son polígonos. Mide sus lados y sus ángulos para determinar si son regulares o no.



- 4 Ejercitación.** Traza las diagonales de los siguientes polígonos. Completa la tabla.



	Número de lados	Número de vértices	Número de diagonales
Cuadrilátero			
Pentágono		cinco	
	ocho		

### ¿Qué aprendes?

Elabora un plan de trabajo para la solución del ejercicio y enriquecelo comparándolo con el de dos o tres compañeros.

## Solución de problemas

- 5** Marcos vio una señal de tránsito, con forma de polígono. Si el polígono que observó no tiene diagonales, ¿cuál es la señal de tránsito que vio Marcos?

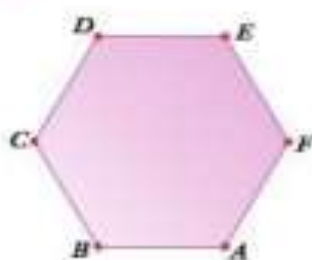




**I** Responde.

63. ¿Qué condiciones debe cumplir una figura plana para ser polígono?  
 64. ¿Cómo se clasifican los polígonos según su número de lados?  
 65. ¿Cómo se determina si un polígono es cóncavo o convexo?

**E** 66. Nombra los elementos del polígono *ABCDEF*.



Lados: \_\_\_\_\_  
 Vértices: \_\_\_\_\_  
 Ángulos: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 Diagonales: \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

**R** 67. Completa la siguiente tabla.

Polígono	Clasificación		
	Número de lados	Medida de sus ángulos interiores	Medida de los lados y los ángulos
	Cuadrilátero		
		Convexo	

**E** Calcula el número de diagonales de cada uno de los siguientes polígonos.

68. Cuadrilátero                      70. Nonágono  
 69. Hexágono                        71. Dodecágono

**R** Construye un polígono para cada condición dada.

72. Pentágono convexo.  
 73. Heptágono convexo con dos ángulos congruentes de  $70^\circ$ .  
 74. Un polígono convexo cuyo número de diagonales sea igual al número de vértices.

**I** Determina si cada afirmación es verdadera o falsa.

75. Todos los triángulos son siempre polígonos convexos.  
 76. Un polígono es cóncavo si tiene algún ángulo interior mayor que  $180^\circ$ .  
 77. Todo polígono regular es también polígono convexo.  
 78. El número de diagonales de un pentágono es 2.

**R** Divide cada figura en cuatro figuras idénticas a la coloreada. Luego, clasifica el polígono dado inicialmente según su número de lados, su forma y la medida de sus lados y sus ángulos.

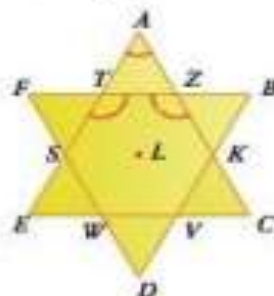


**R** Observa la figura. Luego, responde.



81. ¿Cuántos polígonos convexos diferentes hay?  
 82. ¿Cuáles polígonos son cóncavos?

**S** Resuelve a partir de la figura.



83. ¿Cuántos triángulos hay?  
 84. ¿*TZXVWS* es un polígono?  
 85. ¿*AZKDS* es un polígono? ¿Por qué?  
 86. ¿Qué se debe eliminar para que la figura nombrada sea un polígono?



## Representación de puntos en el plano

**Explora** • Para representar un punto en el plano se utilizan dos **coordenadas**. La primera corresponde al eje horizontal. La segunda, al eje vertical.

Juan y Marcela ubicaron en un plano los puntos correspondientes a los puestos que ocupan en su salón. ¿Cuáles son las coordenadas de cada puesto?

- Para averiguarlo se traza desde cada punto una recta horizontal y otra vertical hasta cortar los ejes.









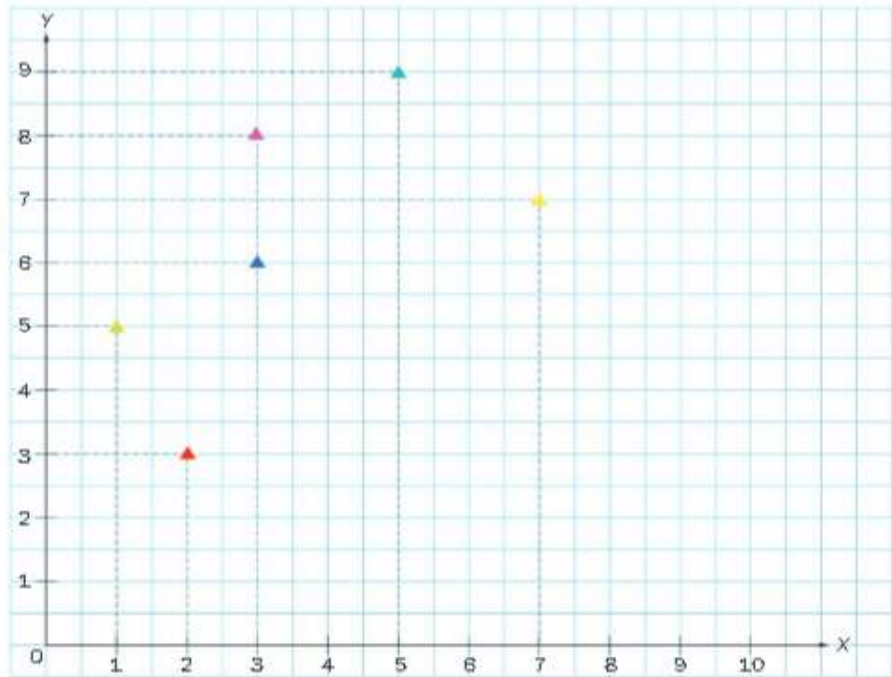
**R/** El puesto de Marcela está ubicado en el punto (1, 2) y el de Juan en el punto (4, 1).

### Practica con una guía

- 1 Observa el plano y escribe las coordenadas de los puntos en los que se ubica cada triángulo.

Para averiguar las coordenadas de un punto, se trazan desde él dos rectas, una vertical y otra horizontal hasta cortar los ejes.

-  (2,3)
-  (.....)
-  (.....)
-  (.....)
-  (.....)
-  (.....)



## Comprende

El **plano cartesiano** es un sistema de coordenadas representado por dos rectas numéricas perpendiculares, cuyo punto común es el **ceró**. Para representar un **punto** en el plano se utiliza una pareja ordenada en la que se identifican dos **coordenadas**.

El punto  $(5, 8)$  tiene dos coordenadas: la 5, relacionada con las unidades del eje horizontal, y 8, con las del eje vertical.



Realiza más actividades en [www.redes-sm.net](http://www.redes-sm.net)



## Desarrolla tus competencias

**2 Ejercitación.** Escribe las coordenadas de los puntos  $M$ ,  $T$  y  $S$ . Ubica los puntos  $G$ ,  $A$  y  $P$ .

$M$  (.....)

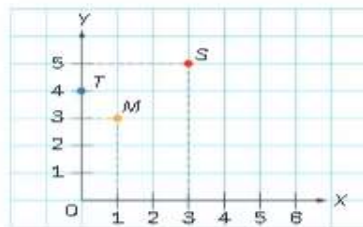
$T$  (.....)

$S$  (.....)

$G$   $(4, 0)$

$A$   $(5, 5)$

$P$   $(4, 2)$

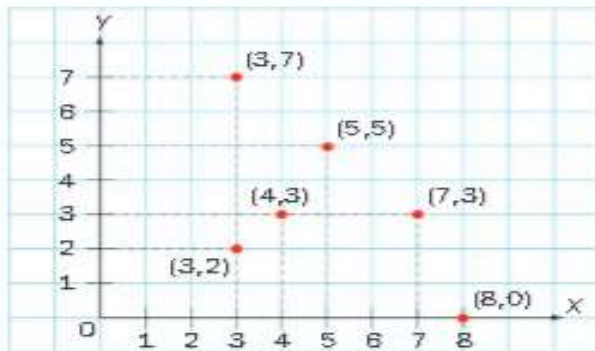


## Competencias ciudadanas

Identifica la forma como el plano cartesiano es un acuerdo universal para representar puntos en el plano y valora la forma como este conocimiento te facilita el manejo del espacio en el que vives.

Indaga acerca de los derechos humanos en

**3 Comunicación.** Observa el plano y completa las oraciones.



- El punto más cercano a  $(3, 2)$  es .....
- El punto que tiene la misma coordenada en el eje vertical que  $(4, 3)$  es .....
- El punto que está tres coordenadas arriba y dos a la derecha de  $(3, 2)$  es .....

## Solución de problemas

**4** El carro de Juana se quedó sin gasolina. Al observar un mapa, Juana se dio cuenta de que estaba en el punto  $(3, 7)$  y que las gasolineras más cercanas estaban en los puntos  $G$   $(2, 1)$ ,  $M$   $(3, 3)$  y  $H$   $(1, 5)$ . ¿Cuál de los tres puntos es el más cercano a su ubicación?



# Movimientos en el plano: traslación, rotación y reflexión

**Explora** • La **traslación**, la **rotación** y la **reflexión** son **movimientos** que se realizan en el plano.

Mariela trasladó, rotó y reflejó algunas figuras para elaborar un collage. ¿Qué movimiento aplicó sobre cada polígono?

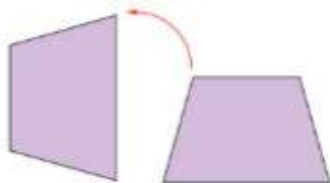


## Traslación



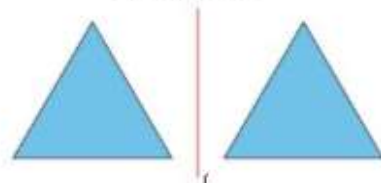
Cada punto del hexágono se trasladó cinco unidades hacia la derecha.

## Rotación



Cada punto del trapecio se giró  $90^\circ$  hacia la izquierda.

## Reflexión



Cada punto del triángulo se reflejó con respecto a la recta  $\bar{l}$ .

## Practica con una guía

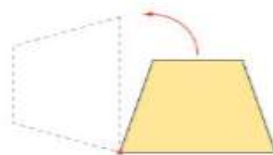
1 Realiza el movimiento indicado en cada caso.

Al realizar una traslación, cada punto de la figura debe moverse las mismas unidades.

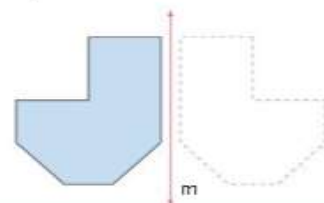
Para rotar una figura se debe conocer el punto sobre el cual se gira y el ángulo de giro.

En una reflexión los puntos de la figura inicial y de la imagen deben estar a la misma distancia del eje.

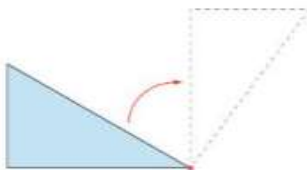
- Rota la figura  $90^\circ$  hacia la izquierda.



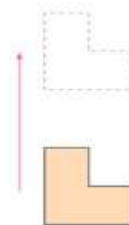
- Refleja la figura con respecto a la recta  $\bar{m}$ .



- Rota la figura  $90^\circ$  hacia la derecha.



- Traslada la figura cuatro unidades hacia arriba.

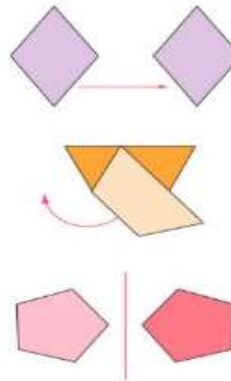




## Comprende

Un **movimiento en el plano** es una acción que se realiza sobre una figura plana sin cambiar sus características, solo su posición.

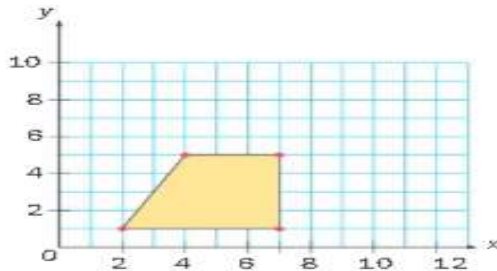
- La **traslación** es el desplazamiento que se realiza sobre una figura a lo largo de una recta, con distancia y dirección definidas.
- La **rotación** es un movimiento que se realiza sobre una figura teniendo en cuenta un **centro de rotación** y un **ángulo de giro**.
- La **reflexión** que se realiza sobre una figura, invierte su posición respecto a una recta llamada **eje de reflexión**.



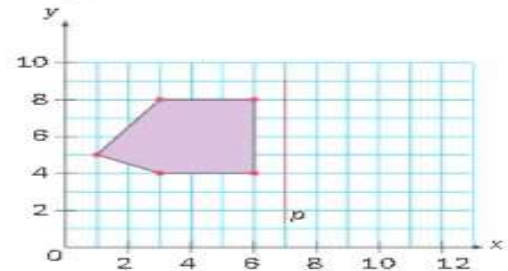
## Desarrolla tus competencias

**2 Modelación.** Realiza los movimientos indicados y escribe las coordenadas de los vértices de la figura obtenida.

a. Traslada la figura tres unidades hacia arriba.



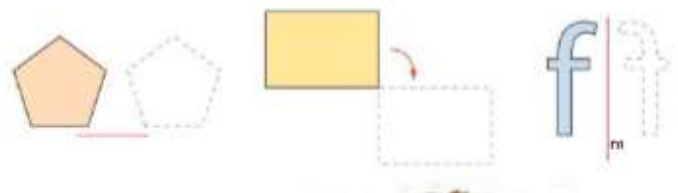
b. Refleja la figura con respecto a la recta  $p$ .



**3 Comunicación.** Describe el movimiento aplicado a cada figura.

Descripción:

- Pentágono: \_\_\_\_\_
- Rectángulo: \_\_\_\_\_
- Letra F: \_\_\_\_\_



## Solución de problemas

**4** Alberto trasladó un cuadrilátero con vértices en  $D$  (3, 2),  $E$  (1, 3),  $F$  (6, 6) y  $G$  (3, 6), seis unidades a la derecha. ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices de la figura obtenida?



2.FASE DE SALIDA. Evaluación, refuerzo o planes de mejoramiento.

3.1 HETEROEVALUACIÓN: Cada una de las actividades realizadas tendrá su respectiva calificación. Se tendrá en cuenta, la participación y la calidad de los trabajos.

3.2 EVALUACIÓN BIMESTRAL: Fin del segundo periodo

<b>CRITERIO</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
Dedico el tiempo suficiente para la preparación de actividades, pruebas y exposiciones.					
Contribuyo con mi buen comportamiento en el desarrollo de las clases.					
Busco asesoría de compañeros o docente cuando me surgen dudas en el proceso de aprendizaje.					
Asumo con responsabilidad el desarrollo de las actividades de clase cuando trabajo en forma individual o en grupo.					
Llevo mis apuntes en el cuaderno de forma clara y ordenada.					
Asisto puntualmente a clase de acuerdo con los horarios establecidos.					
Presento oportunamente mis trabajos y tareas de acuerdo con las fechas establecidas.					
Participo activamente en clase contribuyendo al buen desarrollo de la misma.					
Presento los materiales necesarios para el desarrollo de la clase haciendo buen uso de los mismos.					
Aprovecho los espacios de refuerzo y recuperación, para mejorar mis desempeños.					

**3.4 COEVALUACIÓN:** Cada estudiante socializa en plenaria las valoraciones de la autoevaluación. Los compañeros participan con mucho respeto para manifestar si