INSTITUCION EDUCATIVA DEPARTAMENTAL MONSEÑOR AGUSTIN GUTIERREZ
FÓMEQUE - CUNDINAMARCA
AREA DE MATEMATICAS
GRADO OCTAVO
2023

ASIGNATURA	Matemáticas	**GRADO**	Octavo	**GUIA**	03
DOCENTE	Aída Ximena Flórez Bonilla Nilton Cesar Rivero López.			**PERIODO**	Tercero
TIEMPO	8 semanas	**INICIO**	25/Julio/2022	**TERMINACIÓN**	15/Septiembre/2021
UNIDAD TEMATICA	**EXPRESIONES ALGEBRAICAS**				
EJE TEMÁTICO	**OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS. FACTORIZACIÓN.**				
TEMAS CLAVES	**DIVISIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS: REGLA DE RUFFINI, TEOREMA DEL RESIDUO Y COCIENTES NOTABLES, POTENCIAS DE UN BINOMIO, FACTORIZACION DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS: FACTOR COMÚN Y POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS.**				
COMPETENCIA	**Competencia General:** • Descompone expresiones algebraicas en factores.				
	Competencia Específica: • Resuelve divisiones entre expresiones algebraicas. • Factoriza un polinomio como producto de polinomios primos entre sí.				
DESEMPEÑOS	**PARA APRENDER**	• Reconoce y comprende métodos de división entre expresiones algebraicas. • Identifica el factor común en una expresión algebraica.			
	PARA HACER	• Simplifica expresiones algebraicas en las cuales se plantean diferentes tipos de operaciones. • Calcula el factor común de polinomios para presentarlos como una factorización de otros.			
	PARA SER	Evidencia responsabilidad en la entrega de las actividades académicas propuestas.			
	PARA CONVIVIR	Participa activa y respetuosamente en las diferentes actividades de clase.			

1 > Algebra > División o Cociente de Expresiones Algebraicas

La división algebraica es una operación entre dos expresiones algebraicas llamadas dividendo y divisor para obtener otra expresión llamado cociente por medio de un algoritmo.

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \cline{2-2} R & q \end{array}$$

Esquema de la división clásica.

Donde:

- D es el dividendo.
- d es el divisor.
- q es el cociente.
- R es el residuo.

a. División entre monomios:

Las reglas que debemos seguir para dividir dos monomios son las siguientes:

- Primero se divide los coeficientes aplicando la ley de los signos.
- Luego dividimos las partes literales (variables) de los monomios según la ley de exponentes (Cociente de potencias de igual base).
- Si la división entre los coeficientes no es exacta se deja expresada como una fracción y se simplifica si es posible.

Una forma generalizada de la división de monomios de una sola variable es:

$$\frac{ax^m}{bx^n} = \frac{a}{b}x^{m-n}$$

Se debe tener en cuenta que m – n es mayor e igual a cero ya que estamos considerando que la división entre dos monomios es otro monomio.

Ejemplo:

- $\frac{18x^4}{6x^2} = (\frac{18}{6})(\frac{x^4}{x^2}) = 3x^{4-2} = 3x^2$
- $\frac{25a^7}{5a^5} = (\frac{25}{5})(\frac{a^7}{a^5}) = 5a^{7-5} = 5a^2$
- $\frac{-28x^5y^7}{-7x^2y^4} = (\frac{-28}{-7})(\frac{x^5}{x^2})(\frac{y^7}{y^4}) = +4x^{5-2}y^{7-4} = 4x^3y^3$
- $\frac{-36x^{12}}{4x^8} = (\frac{-36}{+4})(\frac{x^{12}}{x^8}) = -9x^{12-8} = -9x^4$
- $\frac{-30a^5b^{12}}{6a^2b^8} = (\frac{-30}{+6})(\frac{a^5}{a^2})(\frac{b^{12}}{b^8})$

Ejemplo:

El volumen de una caja está representado por la expresión $2x^3y^2$ cm³. El área de la base es xy. ¿Cuál es la altura de la caja?

Solución:

El volumen de la caja es $2x^3y^2$. Al dividirlo entre el área de la base, se obtiene la altura.

$2x^3y^2 \div xy = 2x^2y$.

La altura de la caja es $2x^2y$ cm.

b. División de un polinomio entre un monomio:

Esta es una división muy sencilla, su residuo es siempre cero, simplemente tenemos que usar la propiedad distributiva para realizar esta división. Simplemente dividimos a cada término del polinomio por el monomio. La propiedad distributiva prosigue de la siguiente manera:

$$\frac{1}{m}(a+b+c)=\frac{1}{m}\cdot a+\frac{1}{m}\cdot b+\frac{1}{m}\cdot c$$

Obteniendo el siguiente resultado:

$$\frac{a+b+c}{m}=\frac{a}{m}+\frac{b}{m}+\frac{c}{m}$$

Ejemplo:

- Dividir $14x^{20}+21x^{16}+28x^{10}$ y $7x^8$.

  Solución:

$$\begin{aligned}\frac{14x^{20}+21x^{16}+28x^{10}}{7x^8}&=\frac{14x^{20}}{7x^8}+\frac{21x^{16}}{7x^8}+\frac{28x^{10}}{7x^8}\\&=\frac{14}{7}x^{20-8}+\frac{21}{7}x^{16-8}+\frac{28}{7}x^{10-8}\\&=2x^{12}+3x^8+4x^2\end{aligned}$$

- Dividir $36x^8+24x^6-12x^4$ y $6x^2$.

  Solución:

$$\begin{aligned}\frac{36x^8+24x^6-12x^4}{6x^2}&=\frac{36x^8}{6x^2}+\frac{24x^6}{6x^2}-\frac{12x^4}{6x^2}\\&=6x^6+4x^4-2x^2\end{aligned}$$

c. *División entre polinomios:*

Para dividir un polinomio entre otro se deben tener en cuenta los siguientes pasos:

1. Los polinomios dividendo y divisor deben estar ordenados en forma descendente. Se incluyen los términos faltantes colocando ceros o dejando los espacios.
2. Se divide el primer término del dividendo entre el primer término del divisor y se obtiene el primer término del cociente.
3. El primer término del cociente se multiplica por cada término del divisor y se les cambia de signo, lo colocamos debajo del dividendo con su correspondiente término semejante.
4. Se divide el primer término de la resta obtenida entre el primer término del divisor y se obtiene el segundo término del cociente.
5. Se procede como el paso número 1.
6. Se procede la operación hasta llegar a la última columna del dividendo.
7. La división termina cuando el grado absoluto del polinomio residuo es menor que el polinomio divisor.
8. Para comprobar que el cociente obtenido es correcto, se realiza la prueba multiplicándolo por el divisor y sumando el residuo, las cuales, arrojaran como resultado el dividendo.

Recordar que la división entre polinomios es similar a la división entre números, es decir, tiene las mismas partes y cumple las mismas propiedades:

Los términos de una división son:

Dividendo | Divisor

Residuo Cociente

En toda división de polinomios se cumple:

$P(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x)$

$P(x)$: Polinomio dividendo
$d(x)$: Polinomio divisor
$C(x)$: Polinomio cociente
$R(x)$: Polinomio residuo

En una **división entre** dos **polinomios**:

$$\begin{array}{r|l} D(x) & d(x) \\ \hline R(x) & C(x) \end{array}$$

Se cumplen las relaciones:

$$\mathbf{D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x) \qquad \text{Grado } (R(x)) < \text{Grado } (d(x))}$$

Ejemplo:

Dividir $2x + 4 + 3x^2$ entre $2 + x$

Solución:

Paso 1: Ordenamos en forma descendente el dividendo y el divisor:

$\boxed{\text{Primer término del dividendo}}$ $\boxed{\text{Primer término del divisor}}$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 + 2x + 4 & x + 2 \\ \hline \end{array}$$

Paso 2: Dividimos el primero término del dividendo y el primer término del divisor y obtenemos el primer término del cociente $3x^2/x = 3x$:

$\boxed{\text{Primer término del dividendo}}$ $\boxed{\text{Primer término del divisor}}$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 + 2x + 4 & x + 2 \\ \hline & 3x \end{array}$$

Paso 3: Multiplicamos $3x(x + 2) = 3x^2 + 6x$, en seguida le cambiamos el signo $-3x^2 - 6x$, luego colocamos este resultado debajo del dividendo alineando los términos semejantes por columnas de la siguiente manera:

$$\begin{array}{rr|l} +3x^2 + 2x & +4 & x + 2 \\ \cline{3-3} -3x^2 - 6x & & 3x \\ \cline{1-1} -4x & & \end{array}$$

Paso 4: luego de restar resultando $-4x$, volvemos a dividir este resultado por el primer termino del divisor para obtener el segundo termino del cociente $-4x/x = -4$, resulta:

$$\begin{array}{rr|l} +3x^2 + 2x & +4 & x + 2 \\ \cline{3-3} -3x^2 - 6x & \downarrow & 3x \\ \cline{1-1} -4x & +4 & \end{array}$$

Paso 5 y 6: Repetimos el proceso realizando la siguiente multiplicación $-4(x+2) = -4x - 8$, le cambiamos el signo $4x + 8$ y lo colocamos debajo del nuevo dividendo ordenado en columnas con sus respectivo termino semejante, mas o menos se vería así:

Observe las columnas tienen los mismos términos semejantes

$$
\begin{array}{rrr|l}
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
+3x^2 + & 2x & +4 & x+2 \\ \cline{4-4}
-3x^2 - & 6x & \downarrow & 3x \\ \cline{1-2}
 & -4x & +4 & \\
 & & \uparrow &
\end{array}
$$

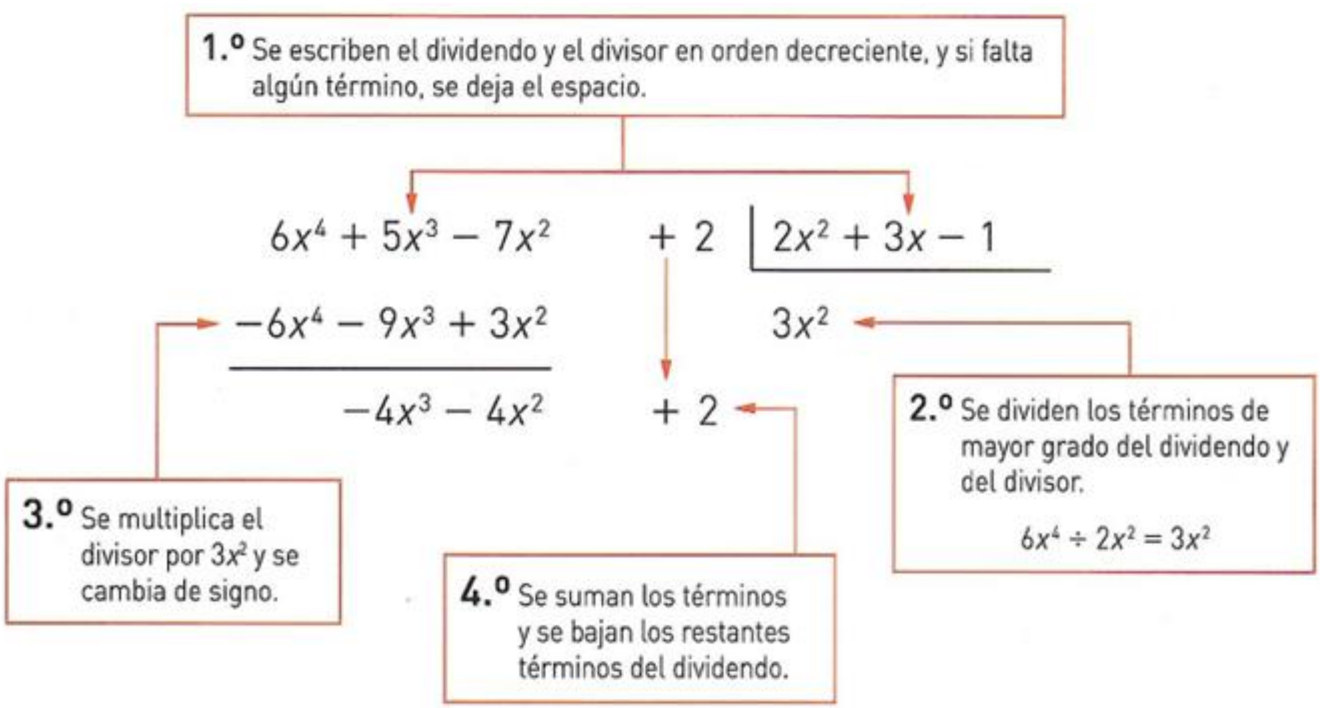
El resto es la ultima columna a calcular

De esta manera hallamos el cociente $\mathrm{q} = 3x - 4$ y el residuo $\mathrm{R} = 12$, finalizando así la división:

Ejemplo:

Dividir $6x^4 + 5x^3 - 7x^2 + 2$ entre $2x^2 + 3x - 1$

Solución:



Se repite el proceso con el nuevo dividendo, y así sucesivamente, hasta obtener un dividendo cuyo grado sea menor que el grado del divisor.

$$
\begin{array}{rrrr|l}
6x^4 + 5x^3 - 7x^2 & & & + 2 & 2x^2 + 3x - 1 \\
\cline{5-5}
-6x^4 - 9x^3 + 3x^2 & & & & 3x^2 - 2x + 1 \\
\cline{1-1}
-4x^3 - 4x^2 & & & + 2 & \\
4x^3 + 6x^2 - 2x & & & & \\
\hline
& 2x^2 - 2x + 2 & & & \\
& -2x^2 - 3x + 1 & & & \\
\cline{2-2}
& - 5x + 3 & & &
\end{array}
$$

$\boxed{\text{Grado (residuo)} = 1} < \boxed{2 = \text{Grado (divisor)}}$

Ejemplo:

Dividir $3x + x^4 + 1 - 2x^3$ entre $x - 3$ y pruebe el resultado.

Solución:

$$
\begin{array}{lrrrrr|l}
\text{Dividendo} \rightarrow & x^4 - 2x^3 + & 0 & + 3x & + 1 & & x - 3 \leftarrow \text{Divisor} \\
\cline{7-7}
-[x^3(x-3)] \rightarrow & -x^4 + 3x^3 & & & & & x^3 + x^2 + 3x + 12 \leftarrow \text{Cociente} \\
\cline{2-2}
& x^3 + & 0 & & & & \frac{x^4}{x} \quad \frac{x^3}{x} \quad \frac{3x^2}{x} \quad \frac{12x}{x} \\
-[x^2(x-3)] \rightarrow & -x^3 + & 3x^2 & & & & \\
\cline{2-3}
& & 3x^2 & + 3x & & & \\
-[3x(x-3)] \rightarrow & & -3x^2 & + 9x & & & \\
\cline{3-4}
& & & 12x & + 1 & & \\
-[12(x-3)] \rightarrow & & & -12x & + 36 & & \\
\cline{4-5}
& & & & 37 & \leftarrow \text{Residuo} &
\end{array}
$$

Prueba

Se multiplica el cociente por el divisor y al producto se le adiciona el residuo.

$$
\begin{array}{lrrrrrl}
& x^3 & + x^2 & + 3x & + 12 & & \leftarrow \text{cociente} \\
\times & & & x & - 3 & & \leftarrow \text{divisor} \\
\hline
& x^4 + x^3 & + 3x^2 & + 12x & & & \\
+ & -3x^3 & - 3x^2 & - 9x & - 36 & & \\
\hline
& x^4 - 2x^3 & + 0 & + 3x & - 36 & & \\
& & & & + 37 & & \leftarrow \text{residuo} \\
\hline
& x^4 - 2x^3 & & + 3x & + 1 & & \leftarrow \text{dividendo}
\end{array}
$$

ACTIVIDAD 1

1. Divide los siguientes monomios.
   a. $56y^5 \div 8y^2$
   b. $42a^7b^4c \div 14a^3b$
   c. $36m^8nr^3 \div 12m^2r^3$
   d. $121x^3y^2z^5 \div 11x^2yz^3$
   e. $128ab^5c^4 \div 4ab^2c^3$
   f. $-486mn^3 \div 3m$

2. Completa las siguientes divisiones de tal manera que cada una sea verdadera.

   a. $36ab^5 \div \boxed{\quad} = 2ab$

   b. $18x^4y^6z \div \boxed{\quad} = 2xy^3$

   c. $\boxed{\quad} \div 7m^3n = 6mn^4r$

   d. $\boxed{\quad} \div xy = \quad x^3y^2$

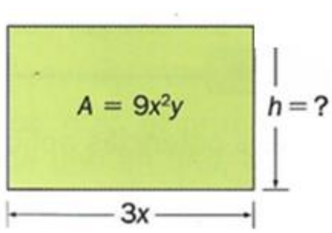
   e. $51a^7b^3c^4 \div \boxed{\quad} = 17a^5c^2$

   f. $24x^{\boxed{\,}}yz^{\boxed{\,}} \div 3\boxed{\quad}^{\boxed{\,}}y\boxed{\quad}^{\boxed{\,}} = \boxed{\quad}x^2z$

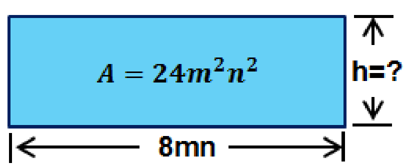
3. Sin realizar ninguna operación con los siguientes ejercicios, ¿En qué casos el cociente es un monomio? Explica tu respuesta.
   a. $24y^2 \div 25y^4$
   b. $-18x^5 \div 3x^3$
   c. $32xy^6 \div 4y^2$
   d. $144a^2b^7 \div 12b^4a$

4. Para cada rectángulo está dada la expresión algebraica del área y la base. ¿cuál es la expresión algebraica que representa la altura de cada figura?

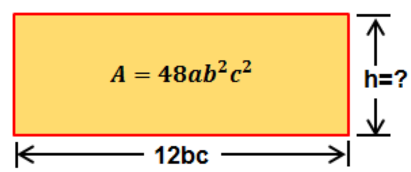
   a.



   b.



   c.



5. Resuelve las siguientes divisiones. Escribe el proceso de solución.

   a. $\dfrac{a^2 - 6a + 4}{2a}$

   b. $\dfrac{6x^2 + 8x - 24}{2x}$

   c. $\dfrac{10x^2y^2 - 8xy^3 + 6y}{2y^2}$

   d. $\dfrac{25a^3b + 15ab^3}{5ab}$

   e. $\dfrac{2b^2 + b - 8}{2b}$

6. Efectúa las divisiones entre polinomios: escribe el proceso de solución

a. $(4x^3 - 2x^2 + 2x - 1) \div (2x + 1)$

b. $(6x^3 - 25x^2 + 3x - 5) \div (3x^2 - 5x + 2)$

c. $(a^3 + a + 2a^2 - 1) \div (a - 1)$

d. $(a^4 - 6a^3 + 2a^2 + 3a - 4) \div (a^2 - a + 2)$

e. $(2y^4 - 3y^3 - 3y^2 + 4y - 55) \div (y - 3)$

7. Comprueba las divisiones y en el caso, que estén erradas, corrígelas.

$$
\begin{array}{r|l}
y^2 + 6y + 8 & y + 2 \\ \cline{2-2}
-y^2 - 2y & y + 4 \\ \hline
8y + 8 & \\
-8y - 16 & \\ \hline
-8 &
\end{array}
$$

b.

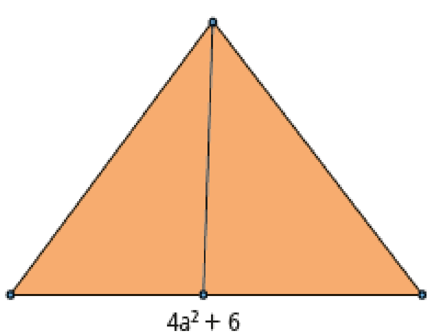
$$
\begin{array}{r|l}
a^2 + 7a + 10 & a + 2 \\ \cline{2-2}
-a^2 - 2a & a + 5 \\ \hline
5a + 10 & \\
-5a - 10 & \\ \hline
-10a - 20 &
\end{array}
$$

c.

$$
\begin{array}{r|l}
6x^2 - 5x + 5 & 2x + 3 \\ \cline{2-2}
-6x^2 - 9x & 3x - 7 \\ \hline
-14x + 5 & \\
-14x - 21 & \\ \hline
-28x - 16 &
\end{array}
$$

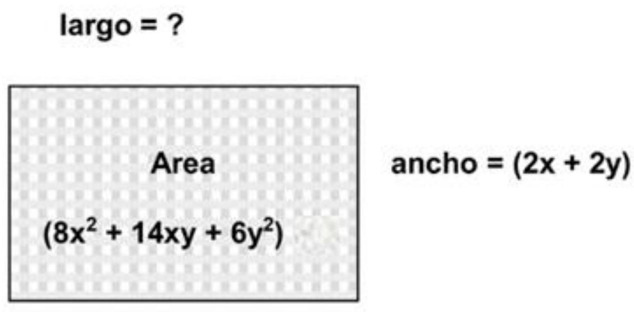
8. Resuelve los siguientes problemas:

a. El área del triángulo es $2a^3 + 8a^2 + 3a + 12$. Si su base es igual a $4a^2 + 6$, ¿cuál es la altura del triángulo?



b. Una caja con forma de prisma recto tiene un volumen representado por la ecuación $y^3 - y^2 + 4y - 4$. Considerando que el área de la base es $y^2 + 4$, calcula su altura. (Realiza un dibujo de la situación).

c. El área de un terreno de forma rectangular está dada por la expresión $8x^2 + 8xy + 6y^2$. Si el ancho del terreno mide $(2x + 2y)$. ¿Cuál es la expresión algebraica que representa el largo del mismo? Escribe el proceso de solución.



2 Algebra — División Sintética o Regla de Ruffini

Si el divisor es de la forma (x + a) se puede realizar la división de una manera más sencilla aplicando la **REGLA DE RUFFINI o división sintética**, procedemos de la siguiente forma:

Ejemplo:

Efectuar $(3m^4 + 5m^3 - 7m^2 - 3m + 14) \div (m + 2)$ aplicando división sintética.

El esquema es el siguiente: tomamos los coeficientes del dividendo (debe estar completo) y el segundo término del divisor cambiado de signo.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ \hline -2 & & & & & \end{array}$$

Se baja el primer coeficiente

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ \hline -2 & 3 & & & & \end{array}$$

Se multiplica el número cambiado de signo por el que se bajó y se suma en el siguiente

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & & & \\ \hline -2 & 3 & -1 & & & \end{array}$$

Se repite esto con cada resultado

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & 2 & & \\ \hline -2 & 3 & -1 & -5 & & \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & 2 & 10 & \\ \hline -2 & 3 & -1 & -5 & 7 & \end{array} \quad \begin{array}{r|rrrrr} & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\ & & -6 & 2 & 10 & -14 \\ \hline -2 & 3 & -1 & -5 & 7 & 0 \end{array}$$

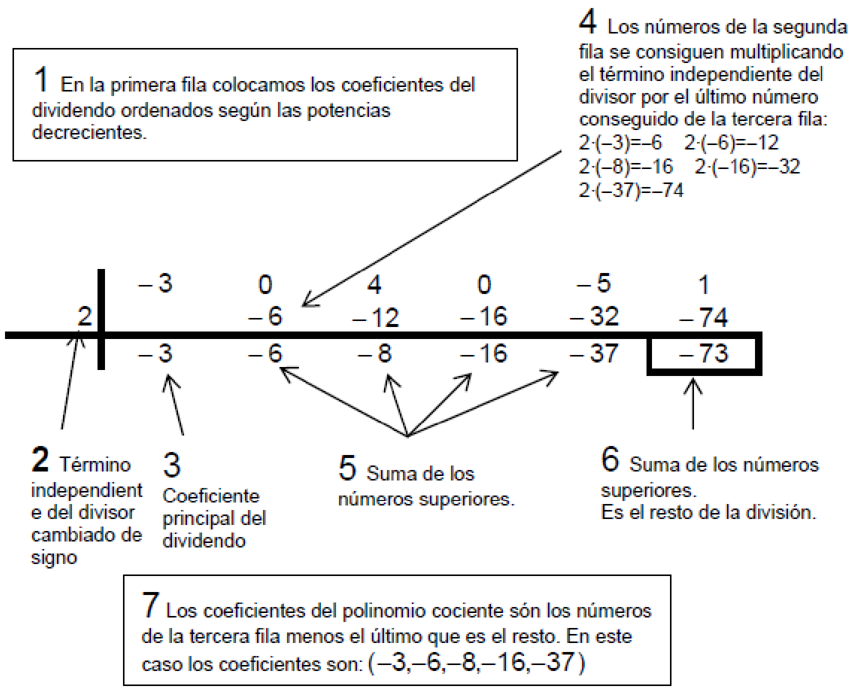
Se separa el último resultado porque ese es el RESIDUO y se coloca el literal a cada número es forma descendente comenzando con un grado menos al del dividendo

$$
\begin{array}{r|rrrrr}
 & 3 & 5 & -7 & -3 & 14 \\
 & & -6 & 2 & 10 & -14 \\
\hline
-2 & 3m^3 & -1m^2 & -5m & +7 & \boxed{0} \rightarrow \text{residuo}
\end{array}
$$

Solución: $3m^3 - 1m^2 - 5m + 7$

Ejemplo:

Efectuar $\left(-3x^5 + 4x^3 - 5x + 1\right)$ entre $(x-2)$



El cociente $-3x^4 - 6x^3 - 8x^2 - 16x - 37$ es y el residuo $\boldsymbol{R} = -73$

ACTIVIDAD 2

1. Realice las siguientes divisiones por división sintética o regla de Ruffini (Recuerda completar el dividendo):

   a. $6x^4 + 13x^3 + 35x - 24 \div (x+3)$

   b. $2m^3 - 3m^2 + 7m - 5 \div (2m-1)$

   c. $3a^4 - 4a^3 + 8a^2 - 25a + 2 \div (a-2)$

   d. $y^3 - 4y^2 - 11y - 6 \div (y-6)$

   e. $2k^2 + 18k + 40 \div (k+5)$

   f. $c^2 + 32 \div (c+2)$

   g. $3y^3 - y + 2 \div (y+1)$

   h. $2x^3 - x^2 - 10x + 8 \div (x-2)$

   i. $n^3 - 4n^2 - 2n + 15 \div (n-3)$

   j. $5a^4 + 25a^3 + 3a^2 + 14a - 5 \div (a+5)$

2. Indica para cuales de los siguientes polinomios el residuo de la división entre $x - 3$ es cero:

a. $x^6 - 20x^3 + x^2 - 198$
b. $x^8 + 2x^2 - 15x + 321$
c. $-5x^5 + 20x^4 - 15x^3$
d. $2x^4 + x^3 - x - 186$

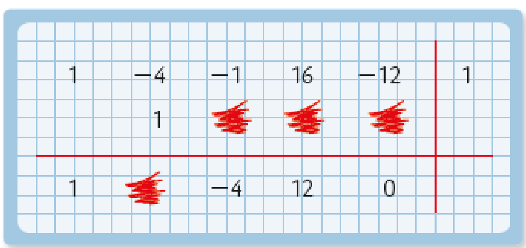
3. Halla el error que se cometió al aplicar la regla de Ruffini en la operación y realiza la corrección .

$(4x^3 - 2x^2 + 3x) \div (x + 2)$

	4	−2	3	0
− 2		8	12	30
	4	6	15	30

Se obtuvo como cociente $4x^3 + 6x + 15$ y residuo 30.

4. El hermano menor de Lucas ha dado sus primeros pasos de pintura en su tarea de matemáticas. Ayúdale a Lucas a encontrar los números que quedaron ocultos, escribe el resultado del cociente y el residuo.



5. Determina el valor de m en el polinomio dividendo para que la división sea exacta.

a. $(2x^3 + 9x^2 + 7x - m) \div (x + 2)$
b. $(x^4 + x^3 - 2x^2 + mx + 17) \div (x - 1)$
c. $(3x^4 - 11x^3 - 14x^2 - mx + 21) \div (x - 3)$
d. $(x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 2x + m) \div (x - 2)$
e. $(x^3 - mx^2 - 2mx + 3) \div (x - 3)$

3 Algebra Teorema del Residuo

En una división se puede determinar si es **EXACTA o no** si el divisor es de la forma (x + a), encontrando el valor numérico del **DIVIDENDO para x = -a**. Si el valor numérico es cero, la división es exacta y si el resultado es diferente de cero la división es inexacta y su residuo es el valor numérico calculado.

Ejemplo:

Hallar el residuo de la división y determinar si es exacta.

$$(3x^3+13x^2-7x+15)\div(x+5)$$

Determinaremos si esta división es exacta, aplicando el teorema del residuo, observamos que el divisor es (x + 5) es decir es de la forma (x + a) entonces debemos encontrar el valor numérico del dividendo para x = -5 (se cambia el signo del segundo término del divisor). Procedemos:

$$(3x^3+13x^2-7x+15)\div(x+5)$$
$$\textit{Calculamos el valor numérico de}$$
$$3x^3+13x^2-7x+15 \quad \textit{para} \quad x=-5 \ \textit{tenemos}$$
$$3x^3 \quad +13x^2 \quad -7x \quad +15$$
$$3(-5)^3 \quad +13(-5)^2-7(-5)+15=$$
$$3(-125)+13(25) \quad -7(-5)+15=$$
$$-375 \quad +325 \quad +35 \quad +15=0$$

La división es EXACTA, su residuo es 0. Ahora, realizaremos la división para comprobarlo:

$$\begin{array}{rl}
3x^3+13x^2-7x+15 & \underline{|\,x+5\qquad} \\
\underline{-3x^3-15x^2\qquad\qquad} & 3x^2-2x+3 \\
-2x^2-7x+15 & \\
\underline{+2x^2+10x\quad} & \\
3x+15 & \\
\underline{-3x-15} & \\
0 &
\end{array}$$

Efectivamente la división es **exacta.**

Ejemplo:

Hallar el residuo de la división y determinar si es exacta.

$$(5x^4-15x^3-7x^2+19x-1)\div(x-3)$$

Determinaremos si esta división es exacta, aplicando el teorema del residuo, observamos que el divisor es (x – 3) es decir es de la forma (x + a) entonces debemos encontrar el valor numérico del dividendo para x = +3 (se cambia el signo del segundo término del divisor). Procedemos:

$$(5x^4-15x^3-7x^2+19x-1)\div(x-3)$$
$$\textit{Calculamos el valor numérico de}$$
$$5x^4-15x^3-7x^2+19x-1 \quad \textit{para} \quad x=3 \quad \textit{tenemos}$$
$$5x^4 \quad -15x^3 \quad -7x^2 \quad +19x \quad -1$$
$$5(3)^4-15(3)^3-7(3)^2+19(3)-1$$
$$5(81)-15(27)-7(9)+19(3)-1$$
$$405-405-63+57-1=-7$$

La división es INEXACTA, su residuo es -7. Realizaremos la división para comprobarlo:

$$\begin{array}{rl}
5x^4-15x^3-7x^2+19x-1 & \underline{|\,x-3\qquad} \\
\underline{-5x^4+15x^3\qquad\qquad\qquad} & 5x^3-7x-2 \\
-7x^2+19x-1 & \\
\underline{+7x^2-21x\quad} & \\
-2x-1 & \\
\underline{+2x-6} & \\
-7 &
\end{array}$$

Efectivamente la división es **inexacta.**

Ejemplo: Sin realizar la división verifica si la siguiente división es exacta o no.

$(5x^3+23x^2+8x-16)\div(x+4)$

entonces aplicamos teorema del residuo

Calculamos el valor de $5x^3+23x^2+8x-16$ *para* $x=-4$

tenemos:

$5x^3 \quad +23x^2 \quad +8x \quad -16$

$5(-4)^3+23(-4)^2+8(-4)-16$

$5(-64)+23(16)\ +8(-4)-16$

$-320\ +368\ \ -32\ \ -16=0$

Es una división *EXACTA*

ACTIVIDAD 3

1. Determine si las siguientes divisiones son EXACTAS o INEXACTAS aplicando el teorema del residuo:

a. $(x^2-5x+6)\div(x-3)$ *b.* $(x^3-27)\div(x-3)$ *c.* $(x^3-6x^2+4x+6)\div(x+3)$

d. $(x^4+16)\div(x+2)$ *e.* $(4a^2+18a-10)\div(a+5)$ *f.* $(5x^3-12x^2+11x-4)\div(x-1)$

g. $(x^3-6x^2+4x+6)\div(x-5)$ *h.* $(x^6-64)\div(x-2)$ *i.* $(y^2-y-6)\div(y+2)$

j. $(m^4+2m^3+4m^2+6m-4)\div(m+2)$

2. Completa la siguiente tabla:

Dividendo	Divisor	Tipo de división
k^3-3k^2+k+3	$k-4$	Inexacta
x^2+4x+3	$x+2$	
y^3+y^2+4y+1	$y+3$	
m^4-m-2m^3-12	$m-6$	
$3x^4+11x^3-18x+8$	$x-4$	

3. Halla el valor de m para que el binomio divida exactamente al polinomio:

a. $(x^3-7x^2+mx-20)\div(x-2)$
b. $(x^3-x^2-9x+m)\div(x+3)$
c. $(2x^3-mx+51)\div(x+3)$
d. $(x^2-mx-90)\div(x-10)$
e. $(x^2-mx-7)\div(x-7)$
f. $(3x^4-11x^3-14x^2-mx+21)\div(x-3)$
g. $(x^3-mx^2-2mx+3)\div(x-3)$

4. Selecciona el binomio que es factor del polinomio indicado (Justifica tu respuesta):

a. a^3+a^2-a-1

☐ $(a-2)$ ☐ $(a+1)$

b. $2a^5-8a^4+3a-12$

☐ $(a-4)$ ☐ $(a+4)$

c. $2a^3-a^2-18a+9$

☐ $(a-3)$ ☐ $(a-4)$

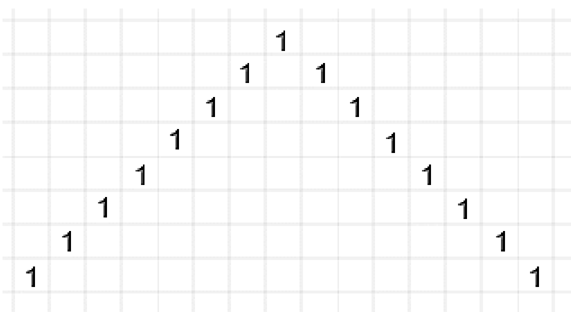
d. $a^3-3a^2-4a+12$

☐ $(a+2)$ ☐ $(a+3)$

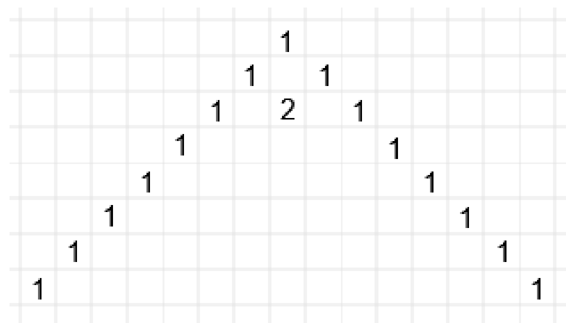
Para solucionar binomios elevados a una potencia, de la forma $(a+b)^n$ utilizaremos el **TRIÁNGULO DE PASCAL.**

Construcción del Triangulo

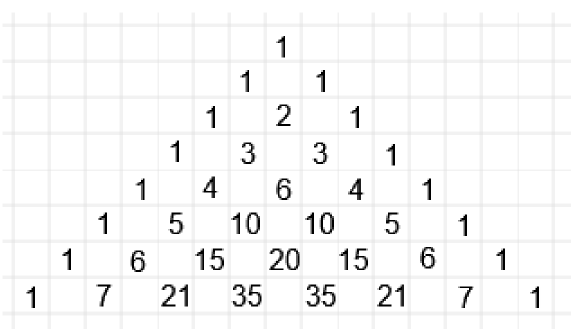
Para realizar el triángulo de Pascal utilizamos una hoja cuadriculada, en el cuadrito del centro escribimos 1, luego hacia ambos lados, hacia abajo por las diagonales llenamos de 1 así:



Hasta uno más del valor de la potencia (en la imagen quedó para potencia 7 o sea 8 niveles), después siguiendo por las diagonales, cada cuadrito es la SUMA DE LOS CUADRITOS DIAGONALES DE ARRIBA, en la imagen seguiría el 2 así:

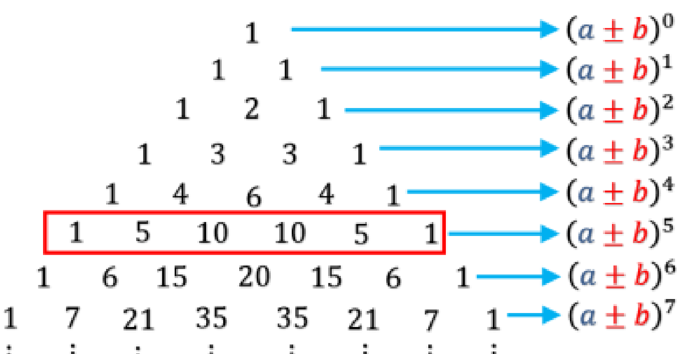


Ahora completemos los cuadritos: (suma solo por las diagonales).



Así sucesivamente según la potencia del binomio.

Cálculo de la potencia de un binomio



El triángulo de Pascal no se trata de un triángulo lleno de números sin sentido, sino que cada piso o fila nos va a proveer de los coeficientes numéricos que requiere un binomio elevado a la enésima potencia.

Para realizar el cálculo de la potencia de un binomio procedemos de la siguiente forma:

1. Tomamos los coeficientes del triángulo de Pascal (El segundo número de cada nivel indica la potencia del binomio) se deja espacios

para colocar los términos y los signos.

2. El primer término del binomio se distribuye en cada coeficiente en forma descendente comenzando por la potencia del binomio hasta llegar a grado cero (no se coloca nada en el último coeficiente).

3. El segundo término del binomio se distribuye en cada coeficiente en forma ascendente comenzando por grado cero (no se coloca nada en el primer coeficiente), hasta llegar a la potencia del binomio.

4. Si el binomio es SUMA, se coloca positivo para todos (más) y si el binomio es RESTA, se alternan los signos, comenzando con <u>menos</u> entre el primer término y el segundo.

5. Se resuelve cada término: Primero las potencias y luego multiplicación.

Ejemplo: Calcular:

a. $(a+2)^4 =$

Paso 1: triángulo de Pascal.

				1				
			1		1			
		1		2		1		
	1		3		3		1	
1		4		6		4		1

el segundo número indica la potencia del binomio, los coeficientes son 1 4 6 4 1

Paso 2: El primer término es a, nos quedaría $a^4 \quad a^3 \quad a^2 \quad a$

Paso 3: El segundo término es 2, nos quedaría $2 \quad 2^2 \quad 2^3 \quad 2^4$

Paso 4: como el binomio es suma queda todo positivo.

Procedamos:

$$\begin{aligned}(a+2)^4 &= 1(a^4) + 4(a^3)(2) + 6(a^2)(2^2) + 4(a)(2^3) + 1(2^4)\\ &= 1(a^4) + 4(a^3)(2) + 6(a^2)(4) + 4(a)(8) + 1(16)\\ &= a^4 + 8a^3 + 24a^2 + 32a + 16\end{aligned}$$

$$(a+2)^4 = a^4 + 8a^3 + 24a^2 + 32a + 16$$

b. $(2x-3y)^5 =$

Paso 1: triángulo de Pascal. El segundo número indica la potencia del binomio, los coeficientes son 1 5 10 10 5 1

					1					
				1		1				
			1		2		1			
		1		3		3		1		
	1		4		6		4		1	
1		5		10		10		5		1

Paso 2: El primer término es ***2x***, nos quedaría

$$(2x)^5 \quad (2x)^4 \quad (2x)^3 \quad (2x)^2 \quad (2x)$$

Paso 3: El segundo término es ***3y***, nos quedaría

$$(3y) \quad (3y)^2 \quad (3y)^3 \quad (3y)^4 \quad (3y)^5$$

Paso 4: como el binomio es resta se alternan los signos comenzando con menos entre el primero y el segundo.

Procedamos:

$$\begin{aligned}(2x-3y)^5 &= 1(2x)^5 - 5(2x)^4(3y) + 10(2x)^3(3y)^2 - 10(2x)^2(3y)^3 + 5(2x)(3y)^4 - 1(3y)^5\\ &= 1(32x^5) - 5(16x^4)(3y) + 10(8x^3)(9y^2) - 10(4x^2)(27y^3) + 5(2x)(81y^4) - 1(243y^5)\\ &= 32x^5 - 240x^4y + 720x^3y^2 - 1080x^2y^3 + 810xy^4 - 243y^5\end{aligned}$$

$$(2x-3y)^5 = 32x^5 - 240x^4y + 720x^3y^2 - 1080x^2y^3 + 810xy^4 - 243y^5$$

c. $(m-5)^3$

$$\begin{aligned}(m-5)^3 &= 1(m)^3 - 3(m)^2(5) + 3(m)(5)^2 - 1(5)^3\\ &= 1(m^3) - 3(m^2)(5) + 3(m)(25) - 1(125)\\ &= m^3 - 15m^2 + 75m - 125\end{aligned}$$

$$(m-5)^3 = m^3 - 15m^2 + 75m - 125$$

d. $(2a^3+3b^5)^4$

$$\begin{aligned}(2a^3+3b^5)^4 &= 1(2a^3)^4 + 4(2a^3)^3(3b^5) + 6(2a^3)^2(3b^5)^2 + 4(2a^3)(3b^5)^3 + 1(3b^5)^4\\ &= 1(16a^{12}) + 4(8a^9)(3b^5) + 6(4a^6)(9b^{10}) + 4(2a^3)(27b^{15}) + 1(81b^{20})\\ &= 16a^{12} + 96a^9b^5 + 216a^6b^{10} + 216a^3b^{15} + 81b^{20}\end{aligned}$$

$$(2a^3+3b^5)^4 = 16a^{12} + 96a^9b^5 + 216a^6b^{10} + 216a^3b^{15} + 81b^{20}$$

e. $(4x^2y^3-3z^4)^5$

$$\begin{aligned}(4x^2y^3-3z^4)^5 &= 1(4x^2y^3)^5 - 5(4x^2y^3)^4(3z^4) + 10(4x^2y^3)^3(3z^4)^2 - 10(4x^2y^3)^2(3z^4)^3 + 5(4x^2y^3)(3z^4)^4 - 1(3z^4)^5\\ &= 1(1024x^{10}y^{15}) - 5(256x^8y^{12})(3z^4) + 10(64x^6y^9)(9z^8) - 10(16x^4y^6)(27z^{12}) + 5(4x^2y^3)(81z^{16}) - 1(243z^{20})\\ &= 1024x^{10}y^{15} - 3840x^8y^{12}z^4 + 5760x^6y^9z^8 - 4320x^4y^6z^{12} + 1620x^2y^3z^{16} - 243z^{20}\end{aligned}$$

$$(4x^2y^3-3z^4)^5 = 1024x^{10}y^{15} - 3840x^8y^{12}z^4 + 5760x^6y^9z^8 - 4320x^4y^6z^{12} + 1620x^2y^3z^{16} - 243z^{20}$$

ACTIVIDAD 4

1. Calcular las siguientes potencias de binomios:

   a. $(x-1)^4$ *f.* $(3x^2-5y^4)^2$

   b. $(m+2)^5$ *g.* $(2x-y)^5$

   c. $(5x-2y)^3$ *h.* $(4a-b^2)^3$

   d. $(z+2)^4$ *i.* $(x+y)^2$

   e. $(3-2x)^4$ *j.* $(xy^2+z^3)^4$

2. Halla el término que se indica:

   a. El término central de $(3x+2y)^4$

   b. Los términos centrales de $(5a+4)^5$

   c. El término central de $\left(m-\frac{3}{5}\right)^6$

   d. El cuarto término de $(2-3a^3)^7$

   e. El tercer término de $\left(\frac{1}{2}x^2+\frac{2}{3}\right)^6$

   f. El quinto término de $\left(4x-\frac{3}{2}\right)^6$

3. Desarrolla cada binomio utilizando el triángulo de Pascal:

a. $\left(2x - \frac{1}{2}y\right)^7$

b. $\left(6xy^2 - \frac{3}{5}\right)^4$

c. $(2 + 0{,}3y)^3$

d. $\left(\frac{1}{7}w + \frac{2}{5}y\right)^4$

e. $\left(\frac{4}{3}y^x - \frac{1}{4}\right)^5$

f. $\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y\right)^4$

g. $\left(\frac{3}{2}wy - 4w^2\right)^6$

h. $(0{,}3x^2 + 10y)^3$

i. $(mw - 3x)^7$

j. $\left(x^{y+2} - \frac{1}{3}x^{y-1}\right)^4$

4. Escribe un binomio elevado a un exponente tal que, al desarrollarlo, los coeficientes sean los que se proponen en cada caso:

a. 8, 12, 6, 1
b. 1, 5, 10, 10, 5, 1
c. 27, -54, 36, -8
d. 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1

5 Algebra Cocientes Notables

Algunas divisiones se pueden realizar utilizando los productos notables, sin necesidad de aplicar el algoritmo de la division. Estas divisiones se denominan cocientes notables.

Veamos la relacion entre los productos y los cocientes notables:

Producto notable	Cociente notable
$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$	$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = a - b$
$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$	$\frac{a^2 - b^2}{a - b} = a + b$
$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a + b} = a + b$
$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{a - b} = a - b$
$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$	$\frac{a^3 + b^3}{a + b} = a^2 - ab + b^2$
$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$	$\frac{a^3 - b^3}{a - b} = a^2 + ab + b^2$

Ejemplo:

Determinemos el cociente de cada división utilizando cocientes notables.

a. $\frac{x^2 - 16}{x + 4}$ **b.** $\frac{25x^2 - 49y^2}{5x - 7y}$

c. $\frac{9x^2 + 6xy + y^2}{3x + y}$ **d.** $\frac{9x^2 - 6xy + y^2}{3x - y}$

Solución

a. $\frac{x^2 - 16}{x + 4} = x - 4$ **b.** $\frac{25x^2 - 49y^2}{5x - 7y} = 5x + 7y$

c. $\frac{9x^2 + 6xy + y^2}{3x + y} = 3x + y$ **d.** $\frac{9x^2 - 6xy + y^2}{3x - y} = 3x - y$

Podemos generalizar

el caso de los cocientes notables en donde el dividendo es un polinomio de la forma $x^n \pm y^n$, con un numero entero n $(n \geq 2)$ y el polinomio divisor es de la forma $x \quad \pm y$

Para n par

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + x^{n-4}y^3 + \ldots + y^{n-1}$$

$$\frac{x^n - y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - x^{n-4}y^3 + \ldots - y^{n-1}$$

Para n impar

$$\frac{x^n + y^n}{x + y} = x^{n-1} - x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 - x^{n-4}y^3 + \ldots + y^{n-1}$$ 2

1

$$\frac{x^n - y^n}{x - y} = x^{n-1} + x^{n-2}y + x^{n-3}y^2 + x^{n-4}y^3 + \ldots + y^{n-1}$$ 3

Miremos cada caso:

1 **Cociente de la forma resta con resta para n par o impar:** Para solucionar el cociente notable resta con resta, se toma la base del primer término en forma descendente desde un grado menos del dividendo, hasta grado cero (no se coloca en el último) y la base del segundo término en forma ascendente desde grado cero (no se coloca en el primero), hasta un grado menos que en el dividendo y todos son positivos. Todos los signos son positivos en la solución.

Ejemplos:

$$\begin{aligned}\frac{a^6 - b^6}{a - b} &= (a)^5 + (a)^4(b)^1 + (a)^3(b)^2 + (a)^2(b)^3 + (a)^1(b)^4 + (b)^5 \\ &= \left(a^5\right) + \left(a^4\right)(b) + \left(a^3\right)\left(b^2\right) + \left(a^2\right)\left(b^3\right) + (a)\left(b^4\right) + \left(b^5\right) \\ &= a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{125x^3 - 8y^3}{5x - 2y} &= (5x)^2 + (5x)^1(2y)^1 + (2y)^2 \\ &= \left(25x^2\right) + (5x)(2y) + \left(4y^2\right) \\ &= 25x^2 + 10xy + 4y^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{m^4 - 81n^4}{m - 3n} &= (m)^3 + (m)^2(3n)^1 + (m)^1(3n)^2 + (3n)^3 \\ &= \left(m^3\right) + \left(m^2\right)(3n) + (m)\left(9n^2\right) + \left(27n^3\right) \\ &= m^3 + 3m^2n + 9mn^2 + 27n^3\end{aligned}$$

2 **Cociente de la forma resta con suma para n par:** se toma la base del primer término en forma descendente desde un grado menos del dividendo, hasta grado cero (no se coloca en el último) y la base del segundo término en forma ascendente desde grado cero (no se coloca en el primero), hasta un grado menos que en el dividendo y se alternan los signos comenzando con positivo en el primer término. Se alternan los signos en la solución.

Ejemplos:

$$\frac{a^4b^4-256}{ab+4}=(ab)^3-(4)^1(ab)^2+(4)^2(ab)^1-(4)^3$$
$$=\left(a^3b^3\right)-(4)\left(a^2b^2\right)+(16)(ab)-(64)$$
$$=a^3b^3-4a^2b^2+16ab-64$$

$$\frac{a^4b^4-256}{ab+4}=(ab)^3-(4)^1(ab)^2+(4)^2(ab)^1-(4)^3$$
$$=\left(a^3b^3\right)-(4)\left(a^2b^2\right)+(16)(ab)-(64)$$
$$=a^3b^3-4a^2b^2+16ab-64$$

$$\frac{x^8-1}{x+1}=(x)^7-(1)^1(x)^6+(1)^2(x)^5-(1)^3(x)^4+(1)^4(x)^3-(1)^5(x)^2+(1)^6(x)^1-(1)^7$$
$$=\left(x^7\right)-(1)\left(x^6\right)+(1)\left(x^5\right)-(1)\left(x^4\right)+(1)\left(x^3\right)-(1)\left(x^2\right)+(1)(x)-(1)$$
$$=x^7-x^6+x^5-x^4+x^3-x^2+x-1$$

3 **Cociente de la forma suma con suma para n impar:** Para solucionar el cociente suma con suma si n es impar, se toma la base del primer término en forma descendente desde un grado menos del dividendo, hasta grado cero (no se coloca en el último) y la base del segundo término en forma ascendente desde grado cero (no se coloca en el primero), hasta un grado menos que en el dividendo y se alternan los signos comenzando con positivo en el primer término. Se alternan los signos en la solución.

Ejemplos:

$$\frac{a^3+27}{a+3}=(a)^2-(3)^1(a)^1+(3)^2$$
$$=a^2-3a+9$$

$$\frac{m^7+128}{m+2}=(m)^6-(2)^1(m)^5+(2)^2(m)^4-(2)^3(m)^3+(2)^4(m)^2-(2)^5(m)^1+(2)^6$$
$$=m^6-2m^5+4m^4-8m^3+16m^2-32m+64$$

$$\frac{32a^5+243}{2a+3}=(2a)^4-(3)^1(2a)^3+(3)^2(2a)^2-(3)^3(2a)+(3)^4$$
$$=\left(16a^4\right)-(3)\left(8a^3\right)+(9)\left(4a^2\right)-(27)(2a)+(81)$$
$$=16a^4-24a^3+36a^2-54a+81$$

ACTIVIDAD 5

1. Desarrolla los siguientes cocientes: escribe el proceso realizado.

a. $\frac{m^2 - 25}{m - 5}$

b. $\frac{m^4 - 4}{m^2 - 2}$

c. $\frac{81y^6 - 1}{9y^3 + 1}$

d. $\frac{8x^3 + 27}{2x + 3}$

e. $\frac{a^6b^3c^3 + 1}{a^2bc + 1}$

f. $\frac{216 + w^3z^6}{6 + wz^2}$

g. $\frac{64a^3 - 125b^3}{4a - 5b}$

h. $\frac{x^{2n} - y^{2n}}{x^n - y^n}$

i. $\frac{m^4 - n^4}{m - n}$

j. $\frac{a^8 - b^8}{a + b}$

k. $\frac{x^7 - y^7}{x - y}$

l. $\frac{16a^4 - b^4}{2a + b}$

m. $\frac{m^{14} - n^{14}}{m^2 - n^2}$

n. $\frac{y^{15} - z^{15}}{y^3 - z^3}$

2. Indica cuál de los casos de cocientes notables se usó en cada caso: explica tu respuesta.

a. $\frac{8x^3 + 27y^3}{2x + 3y} = 4x^2 - 6xy + 9y^2$

b. $\frac{n^6 + 1}{n^2 + 1} = n^4 - n^2 + 1$

c. $\frac{x^2 - 4}{x + 2} = x - 2$

d. $\frac{216 - 125y^3}{6 - 5y} = 25y^2 + 30y + 36$

3. Completa la tabla:

Cocientes notables	Cociente
$\frac{m^5 + n^5}{m + n}$	
	$a^4 + a^3n + a^2n^2 + an^3 + n^4$
$\frac{x^6 - y^6}{x - y}$	$x^5 - x^4y + x^3y^2 - x^2y^3 + xy^4 - y^5$
$\frac{64a^3 + 343}{4a + 7}$	
	$36 - 30y + 25y^2$
$\frac{8a^3 - 1}{2a - 1}$	

4. Explica el error que se cometió en el desarrollo de cada cociente notable y corrígelo:

a. $\dfrac{x^{15}+y^{15}}{x^3+y^3}$

$= x^{12} - y^{12}x^9 + y^6x^6 - y^9x^3 + y^{12}$

b. $\dfrac{x^4+1}{1+x^2}$

$= x^2 + 1$

c. $\dfrac{8m^3+n^6}{2m+n^2}$

$= 4m^2 + 2mn^2 + n^4$

d. $\dfrac{9-x^4}{3-x^2}$

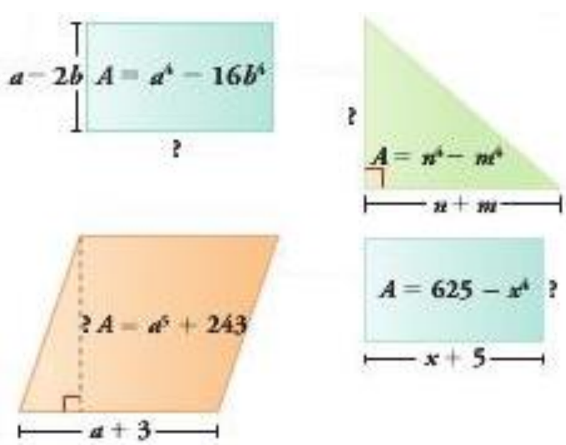
$= 3 + x^3$

e. $\dfrac{a^8-b^8}{a+b}$

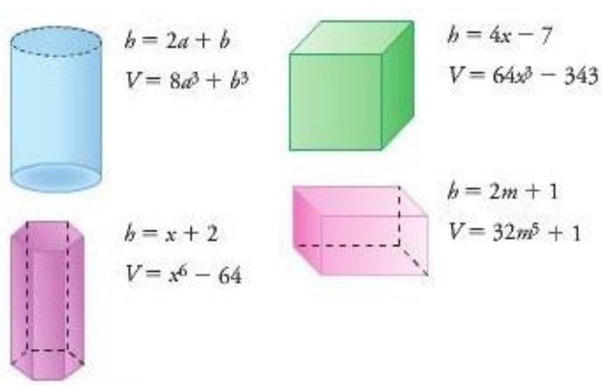
$= a^7 + a^6b + a^5b^2 + a^4b^3 + a^3b^4 + a^2b^5 + ab^6 + b^7$

5. Resuelve los siguientes problemas:

a. Halla las dimensiones desconocidas en cada figura conociendo el área y un lado:



b. Determina la expresión para el área de la base A, si se conoce la altura h y el volumen V de cada cuerpo.



Factorización

Recordemos como calculamos el Máximo Común Divisor de dos o más números.

Máximo Común Divisor (MCD): Para determinar el MCD de dos o más números, se hace una descomposición factorial simultánea únicamente si el factor divide a todos, luego se multiplican los factores.

Ejemplo: Determinar el MCD de 24, 60, 96

24	60	96	2	*Todos se pueden dividir por 2*
12	30	48	2	*Todos se pueden dividir por 2*
6	15	24	3	*Todos se pueden dividir por 3*
2	5	8		*No todos se pueden dividir por el mismo número, entonces terminamos*

Los factores comunes son 2 2 3

Se multiplican 2 x 2 x 3 = 12

MCD = 12

Factorizar un polinomio, es encontrar los polinomios que se multiplicaron para obtener dicho polinomio Ejemplo: recordemos el producto $(x + 3)(x + 2) = x^2 + 5x + 6$ (producto notable)

Entonces la factorización del polinomio $x^2 + 5x + 6$ es devolverse a producto.

Al factorizar: $\mathbf{x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)}$
Dependiendo de la forma de un polinomio existen unas reglas para realizar esto, que denominaremos **CASOS DE FACTORIZACIÓN.**

Casos de Factorización: Factor Común de Polinomios

Son polinomios cuyos términos tienen algo en común, pueden ser sus coeficientes, todos se pueden dividir por un mismo número (MCD) o que todos los términos tienen la misma letra (Literal común), o las dos cosas.

Procedimiento:

Para factorizar un polinomio que tiene factor común se procede:

- Se saca el MCD de los coeficientes y el literal común con su menor exponente. Esto es el factor común (primer factor).
- Se divide el polinomio por el factor común y se obtiene el segundo factor.

Ejemplo:

Factorizar: $12x^5 - 15x^4 y + 27x^3y^2$

1. Determinamos el MCD de los coeficientes y sacamos el literal común con su menor exponente.

12	15	27	3	*Todos se pueden dividir por 3*
4	5	9		*No todos se pueden dividir por el mismo número, entonces terminamos*

El factor comun es 3

MCD = 3

2. La letra común x, la y no está en todos, entonces sacamos la x con su menor exponente x^3

3. El factor común es el MCD y el literal común: $3x^3$

4. Ahora se divide el polinomio por el factor común:

$$\frac{12x^5}{3x^3} - \frac{15x^4y}{3x^3} + \frac{27x^3y^2}{3x^3}$$

$$= 4x^2 - 5xy + 9y^2$$

5. Escribimos la factorización: $12x^5 - 15x^4y + 27x^3y^2 = 3x^3(4x^2 - 5xy + 9y^2)$

Ejemplo:

Factorizar: $12a^3b + 30a^2b^2 - 6a^2bc$

1. Determinamos el MCD de los coeficientes y sacamos el literal común con su menor exponente.

   MCD (6,12,30) = 6

2. Las letras comunes son a y b, entonces sacamos la a con su menor exponente a^2 y b con el exponente 1: a^2b

3. El factor común es el MCD y el literal común: $6a^2b$

4. Ahora se divide el polinomio por el factor común:

$$\frac{12a^3b}{6a^2b} + \frac{30a^2b^2}{6a^2b} - \frac{6a^2bc}{6a^2b}$$

$$= 2a + 5b - c$$

5. Escribimos la factorización: $12a^3b + 30a^2b^2 - 6a^2bc = 6a^2b(2a + 5b - c)$

Ejemplo:

Factorizar: $m^5 - 4m^4 + 7m^3 - m^2$

1. Determinamos el MCD de los coeficientes y sacamos el literal común con su menor exponente. En este caso, todos los coeficientes son 1, por lo cual, el MCD es 1.

2. La letra común es m con su menor exponente m^2.

3. El factor común es el MCD y el literal común: m^2

4. Ahora se divide el polinomio por el factor común:

$$\frac{m^5}{m^2} - \frac{4m^4}{m^2} + \frac{7m^3}{m^2} - \frac{m^2}{m^2}$$

$$= m^3 - 4m^2 + 7m - 1$$

5. Escribimos la factorización: $m^5 - 4m^4 + 7m^3 - m^2 = m^2(m^3 - 4m^2 + 7m - 1)$

También el factor común puede ser solo el MCD de los coeficientes.

En algunos casos, el **factor común** no es un monomio, sino un polinomio; por ejemplo, en la expresión $3x(a + 2b) + 4y(a + 2b) - 5z(a + 2b)$, el factor común en los tres términos es $(a + 2b)$. Por tanto, la expresión como el producto de factores se representa así:

$$3x(a + 2b) + 4y(a + 2b) - 5z(a + 2b) = (a + 2b)(3x + 4y - 5z)$$

En este caso, el polinomio $(a + 2b)$ se denomina **factor común polinomio.**

Para hallar el **factor común de un polinomio**, calculamos el máximo común divisor de los términos y aplicamos la propiedad distributiva en orden contrario.

Ejemplo:

Factoricemos el polinomio $(5x + 7)(3x + 5y) - 11x(3x + 5y) + 9(3x + 5y)$.

$(5x + 7)(3x + 5y) - 11x(3x + 5y) + 9(3x + 5y)$	Consideramos el polinomio.
$= (3x + 5y)(5x + 7 - 11x + 9)$	Sacamos como factor común polinomio a $(3x + 5y)$.
$= (3x + 5y)(-6x + 16)$	Reducimos términos semejantes.

Ejemplo:

Factoricemos el polinomio $(x + 1)^3x^2 + (x + y)(x + 1)^2$.

El término que se repite con su menor exponente es $(x + 1)^2$. Por tanto, corresponde al máximo común divisor de $(x + 1)^3 x^2$ y $(x + y)(x + 1)^2$. Con este resultado, factorizamos el polinomio así:

$(x + 1)^3x^2 + (x + y)(x + 1)^2 = (x + 1)^2[(x + 1)x^2 + (x + y)]$	Sacamos factor común polinomio.
$= (x + 1)^2(x^3 + x^2 + x + y)$	Aplicamos la propiedad distributiva.

ACTIVIDAD 6

1. Descomponer por factores primos las siguientes cantidades, debe realizar el proceso de solución.
   a. 180
   b. 295
   c. 72
   d. 315
2. Halla el M.C.D. de cada grupo de números, escribe el proceso de solución.
   a. 36 y 60
   b. 120, 45 y 30
   c. 24, 30 y 66
3. Halla el m.c.m. de cada grupo de números, escribe el proceso de solución.
   a. 12 y 30
   b. 8, 10 y 15
   c. 16, 9 y 24
4. Factoriza los siguientes polinomios:

a. $15x^3y^2 + 10x^2y^3 - 15x^2y^2z$

b. $7a^2bc - 14ab^2 + 21abc$

c. $14abc - 12a^2b^2c^2 + 8a^3b^3c^3$

d. $51ab - 34bc + 68ac$

e. $13pq + 26qr - 39pqr$

f. $21abc + 28a^2bc - 35bc$

g. $7x^2yz + 9xy^2z - 11xyz^2$

h. $405pq - 45\ pq^3r + 27qr^3$

i. $125x + 625xy - 3125xyz$

j. $729x^2y^2 - 243x^2y + 81x^2yz^2$

5. Encuentra los términos que faltan en la factorización de cada polinomio. Justifica las respuestas.

a. $4m^3n - 2mn + 6m = \square(2m^2n - n + \square)$

b. $3x^2y + 6x^2y^2 + 9x^2 = \square(y + \square + \square)$

c. $4a^2 + \square + 20a^2b^2 = 4a(\square + 2b + \square)$

d. $3mn^2 + 5m^2n^2 + 10m^3n^2 = \square(3 + \square + 10m^2)$

e. $\square - 36ab + 6a = 2a(ab^2 - \square + \square)$

f. $14a^2x^2 - 7ax^3 + \square = 7ax^2(\square - \square + 4a)$

g. $4m^2 - 8m + 2 = \square(2m^2 - \square + \square)$

h. $24a^2b^2 - 36ab + \square = 6a(\square - 6b + 1)$

6. Factoriza cada polinomio buscando el factor común polinomio:

a. $15m(x - y) + 21n(x - y)$

b. $8x^2(a + b) - 8x(a + b)$

c. $22abc(y + 4) + 6pqr(y + 4)$

d. $6ab(12 - 3y) + 5pq(12 - 3y)$

e. $3ab(cd - e) + 4df(cd - e)$

f. $2pm(5an - 3) + 4bn(5an - 3)$

g. $4am(3ph - 8z) - 3bn(3ph - 8z)$

h. $7x(8abc - 9de) + 5y(8abc - 9de)$

i. $9a(m + n) - 15ay(m + n) - 5y(m + n)$

j. $12x(a + b) - 15y(a + b) + 2xy(a + b)$

7. Escribe polinomios con los monomios $12x^3y^2, -3x^4y^3, 6x^3y^3, -4x^2y^4, 8x^5y \ , 9x^2y^2$, según las condiciones dadas:

a. Binomio cuyo factor común sea $3x^2y^2$

b. Trinomio cuyo factor común sea $4x^2y$

c. Cuatro términos cuyo factor común sea $2x^2y$

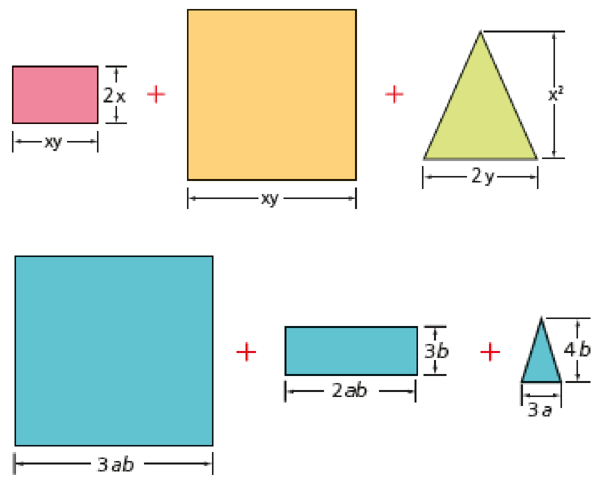
d. Cinco términos cuyo factor común sea $4xy$

e. Trinomio cuyo factor común sea 1

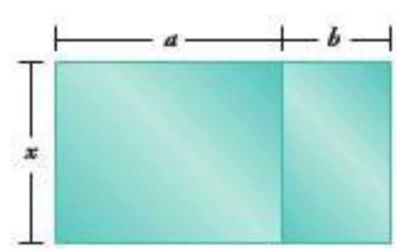
f. Binomio cuyo factor común sea $-x^2y^3$

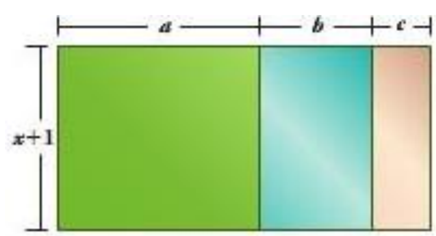
8. Resuelve las siguientes situaciones:

a. Calcula el área de cada figura y escribe la expresión de la adición indicada. Luego, factorízala.



b. Escribe en forma factorizada la expresión que representa el área de cada figura:





Son polinomios cuyos términos tienen factor común por grupos.

Procedimiento

Para factorizar un polinomio que tiene factor común por grupos se procede:

- Se agrupan (asociativa de la suma) por algo común (factor común), los grupos deben quedar de igual cantidad de términos, pueden ser en binomios, en trinomios, …
- Se saca factor común de cada grupo.
- Se divide cada grupo por su factor común y se obtiene el segundo factor en cada grupo. (este segundo factor debe tener los mismos términos en todos los grupos).
- El segundo factor al ser igual en todos, entonces es un FACTOR COMÚN. Se factoriza nuevamente.

Para **factorizar polinomios por agrupación de términos**, realizamos lo siguiente:

1. Asociamos los términos que tengan un monomio común.
2. Factorizamos estos términos buscando obtener polinomios comunes.
3. Factorizamos el polinomio común.

Ejemplo:

Factorizar: **a.** $7ax + ay - 7bx - by$ **b.** $a^2 - b^2 - 5a + 5b$

a. $7ax + ay - 7bx - by = (7ax + ay) + (-7bx - by)$ Asociamos términos.

$= a(7x + y) - b(7x + y)$ Sacamos factor común monomio.

$= (7x + y)(a - b)$ Sacamos factor común polinomio.

b. $a^2 - b^2 - 5a + 5b = (a^2 - b^2) + (-5a + 5b)$ Asociamos términos.

$= (a - b)(a + b) - 5(a - b)$ Usamos productos notables.

$= (a - b)(a + b - 5)$ Sacamos factor común polinomio.

Ejemplo:

Factorizar: $8a^2m - 4ab^2m + 4ab^2n + 2abm - 8a^2n - 2abn$

$8a^2m - 4ab^2m + 4ab^2n + 2abm - 8a^2n - 2abn$ Consideramos la expresión.

$= (8a^2m - 8a^2n) + (-4ab^2m + 4ab^2n) + (2abm - 2abn)$ Asociamos términos.

$= 8a^2(m - n) - 4ab^2(m - n) + 2ab(m - n)$ Sacamos factor común monomio.

$= (m - n)(8a^2 - 4ab^2 + 2ab)$ Sacamos factor común polinomio.

$= (m - n)\, 2a(4a - 2b^2 + b)$ Sacamos factor común monomio.

Ejemplo:

Hallemos las dimensiones de un triángulo cuya área está dada por el polinomio $x^4 + 3x^3 + x + 3$.

Solución

Sean b, la base del triángulo y h su altura, el área del triángulo está dado por $A = \dfrac{bh}{2}$:

$A = x^4 + 3x^3 + x + 3$	Igualamos expresiones.
$= (x^4 + 3x^3) + (x + 3)$	Agrupamos términos.
$= x^3(x + 3) + (x + 3)$	Sacamos el factor común x^3.
$= (x + 3)(x^3 + 1)$	Sacamos el factor común $(x + 3)$.

Por tanto, $bh = 2(x^3 + 1)(x + 3)$ y, en ese caso, existen varias posibilidades para seleccionar un triángulo que cumpla la condición. Por ejemplo, la base puede ser $2(x^3 + 1)$ y la altura $(x + 3)$ o la base puede ser $4(x^3 + 1)$ y altura $\frac{1}{2}(x + 3)$, entre otras.

ACTIVIDAD 7

1. Factoriza los polinomios:
   - a. $ac - ad + bc - bd$
   - b. $3ax - ay + 9bx - 3by$
   - c. $18mx - 6my + 54nx - 18ny$
   - d. $4ax + ay + 12x^2 + 3xy$
   - e. $3xy - 3xz + 3x - y + z - 1$
   - f. $12ax - 15bx + 8ay - 10by$
   - g. $16am - 12an - 12bm + 9bn$
   - h. $30mn - yx + 6mx - 5ny$
   - i. $-am + 4an - bm + 4bn$
   - j. $4ax^2 + 4bx^2 - 2ay^2 - 2by^2$

2. Completa los pasos para la factorización de cada polinomio por agrupación de términos:

a. $p^2 + pq + ps + qs$
$= (\square + \square)\ \square\ (ps + qs)$
$= \square(p + q) + s(\square + \square)$
$= (\square + \square)(p + q)$

b. $h2 - hq + hs - qs$
$= (\square - \square)\ \square\ (hs - qs)$
$= h(\square - \square) + \square(h - q)$
$= (h \square s)(h \square q)$

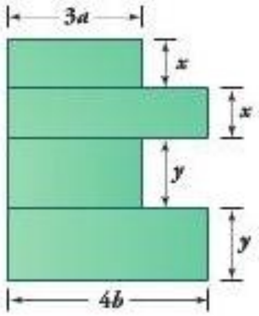
c. $2x^2 + 3xy - 4x - 6y$
$= (2x^2 - \square)\ \square\ (\square - 6y)$
$= \square(\square - 2) + \square(\square - 2)$
$= (\square + 3y)(\square - \square)$

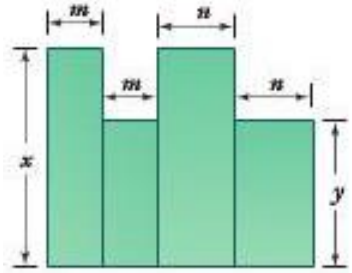
d. $x^3 + 3x^2 + 2x + 6$
$= (\square + 3x^2) + (2x \square 6)$
$= \square(\square + 3) + 2(\square + 3)$
$= (\square + 3)(\square + 2)$

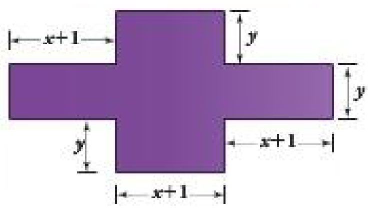
3. Describe cada uno de los pasos del procedimiento realizado en la siguiente factorización por agrupación de términos y propón un procedimiento agrupando de otra forma los términos:

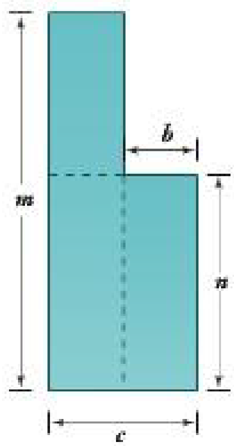
$20abx^2 - 8a^2xy - 10b^2xy + 4aby^2$
$= (20abx^2 - 8a^2xy) + (-10b^2xy + 4aby^2)$
$= (4ax)(5bx - 2ay) + (2by)(-5bx + 2ay)$
$= (4ax)(5bx - 2ay) + (2by)(-1)(5bx - 2ay)$
$= (4ax)(5bx - 2ay) - (2by)(5bx - 2ay)$
$= (5bx - 2ay)(4ax - 2by)$

4. Escribe como producto de polinomios el área de las figuras:

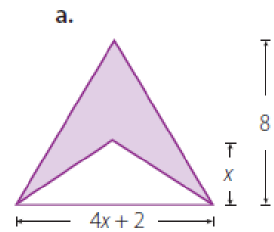


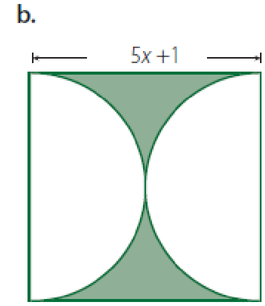






5. Halla una expresión factorizada para el área de la parte sombreada de cada figura:





3.1. HETEROEVALUACIÓN: *La valoración del trabajo desarrollado en la presente guía se realizará de la siguiente forma:*

- *Saber Hacer (50%):* *a. Elaboración y entrega de las actividades propuestas.*
  b. Ejercicios de Prueba.
- *Saber (25%):* *a. Prueba Bimestral*
- *Ser – Convivir (25%):* *a. Normas de Convivencia.*
  b. Responsabilidad y Cumplimiento en la entrega de trabajos.
  c. Seguimiento a las instrucciones dadas por el docente.
  d. Autoevaluación y Coevaluación.

3.2 EVALUACIÓN BIMESTRAL: Novena y Décima Semana del periodo.

3.3 AUTOEVALUACIÓN Y COEVALUACION: Novena y Décima Semana del Periodo

Transcribir a hojas de block cuadriculado las siguientes tablas, marcar con una X en la casilla de la valoración correspondiente a los siguientes criterios y luego totalizar cada columna. Se debe realizar con la máxima sinceridad:

1. **Nunca (1.0)** 2. **Casi Nunca (2.0)** 3. **A veces (3.0)** 4. **Casi Siempre (4.0)** 5. **Siempre (5.0)**

AUTOEVALUACION COMPONENTE HACER Y SER - CONVIVIR
(La realiza el estudiante)

CRITERIO	1	2	3	4	5
1. Dedico el tiempo suficiente para la realización de actividades y preparación de evaluaciones.					
2. Contribuyo con mi buen comportamiento y disposición al desarrollo de las clases.					
3. Asumo con responsabilidad el desarrollo de las actividades de casa (tareas) propuestas. Soy puntual en la entrega de estas actividades de acuerdo con las fechas establecidas.					
4. Llevo mis apuntes, actividades y trabajos de forma clara y ordenada. Escribo fechas, títulos, párrafos, gráficos teniendo en cuenta buena letra y ortografía, uso de colores adecuados.					
5. Asisto a clases justificando adecuadamente las fallas. Evito evadir o llegar tarde a clase.					
6. Me esfuerzo por seguir adecuadamente las indicaciones dadas por el docente para el buen desarrollo de las clases. Evito los llamados de atención. Cumplo con los protocolos de bioseguridad.					
7. Me preocupo por estar atento y realizar las actividades de clase en forma diligente, haciendo uso eficiente del tiempo asignado para las mismas.					
8. Cuento con los materiales necesarios para el desarrollo de las actividades. Mantengo aseada el aula de clase. Hago uso adecuado del celular y otros dispositivos electrónicos.					
9. Demuestro interés y disposición por aprender matemáticas dando aportes que faciliten el aprendizaje personal y del grupo.					
10. Hago todo lo posible por superar mis dificultades académicas y aprender los contenidos que me parecen difíciles.					
TOTALES					
Firma Estudiante					

3.4. TALLER DE NIVELACION Y REFUERZO: Se aplicará en la durante el periodo de acuerdo a las actividades asignadas por el docente.

4. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bibliografía	***Páginas Web***

• Ortiz Wilches, L. y otros (2013). Los Caminos del Saber. Matemáticas 8. Bogotá, Colombia. Editorial Santillana. • Alfonso, L. y otros (2017). Vamos a aprender Matemáticas 8. Bogotá, Colombia. Ediciones SM. • Padilla Ch, S. y otros (2015). Avanza Matemáticas 8. Bogotá, Colombia. Carvajal Soluciones Educativas S.A.S.	• ***https://cienciamatematica.com/algebra/polinomios/operaciones-con-polinomios*** • ***https://ciencias-basicas.com/matematica/elemental/operaciones-algebraicas/5-division-algebraica/*** • *Teorema Del Resto y su demostración - Ciencias Básicas (ciencias-basicas.com)* • *Cocientes Notables y sus propiedades - Ciencias Básicas (ciencias-basicas.com)* • *https://asf.gitei.edu.co/grado-8/matemáticas/bimestre-3* • *https://www.aprendematematicas.org.mx/unit/factorizacion/* • *https://www.algebra.jcbmat.com/id1186.htm*

Videos de Apoyo	
1	https://www.youtube.com/watch?v=Mu2IeTNa5ys https://www.youtube.com/watch?v=udNePIkZt6E https://www.youtube.com/watch?v=PxycywivGUQ https://www.youtube.com/watch?v=gpBEUnFBhGc
2	https://www.youtube.com/watch?v=oEilAc5GQCw
3	https://www.youtube.com/watch?v=bdCXerPbV3U
4	https://www.youtube.com/watch?v=9ri5dwV2K6E
5	https://www.youtube.com/watch?v=fVlFxTQTmB4 https://www.youtube.com/watch?v=athYuPXPkeY
6	**https://www.youtube.com/watch?v=y_mkvBoYz-Y** **https://www.youtube.com/watch?v=i0lKQNiLVsM**
7	**https://www.youtube.com/watch?v=TKo7NtIilWM**