INSTITUCIÓN EDUCATIVA DEPARTAMENTAL MONSEÑOR AGUSTÍN GUTIÉRREZ
FÓMEQUE – CUNDINAMARCA
ÁREA DE MATEMÁTICAS 7
2023

<table>
<tr><td>ASIGNATURA</td><td colspan="2">Matemáticas</td><td>CURSO</td><td>701, 702, 703</td></tr>
<tr><td>DOCENTE</td><td colspan="2">Nilton César Rivero López</td><td>PERIODO</td><td>CUARTO</td></tr>
<tr><td>FECHA DE INICIO</td><td colspan="2">02 de octubre de 2023</td><td>FECHA DE TERMINACIÓN</td><td>24 de noviembre de 2023</td></tr>
<tr><td rowspan="2">COMPETENCIA</td><td colspan="4">COMPETENCIA GENERAL: Justificar estrategias o procedimientos aritméticos realizados en el tratamiento o solución de situaciones problemas.</td></tr>
<tr><td colspan="4">Competencia específica: Solucionar situaciones problema relacionadas con números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales), sus operaciones y propiedades.
Reconocer magnitudes directas e inversamente proporcionales en situaciones cotidianas.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">DESEMPEÑOS</td><td>PARA APRENDER</td><td colspan="3">❖ Reconoce operaciones y propiedades (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación,), en el conjunto de los números decimales.
❖ Determina funciones de proporcionalidad directa y de proporcionalidad indirecta.
❖ Determina la probabilidad de un suceso aleatorio.</td></tr>
<tr><td>PARA HACER</td><td colspan="3">Hace su uso de las operaciones con los números decimales, la probabilidad o la proporcionalidad para resolver problemas en diferentes contextos.</td></tr>
<tr><td>PARA SER</td><td colspan="3">Participa de las actividades propuestas con responsabilidad.</td></tr>
<tr><td>PARA CONVIVIR</td><td colspan="3">Demuestra respeto, valoración por las actividades realizadas por sus compañeros.</td></tr>
<tr><td>ESTANDAR</td><td colspan="4">Utilizo números en sus diferentes representaciones (fracciones, decimales, razones, porcentajes) para resolver problemas.
Utilizo diferentes representaciones gráficas para mostrar un conjunto de datos y resolver problemas; además, si tengo la gráfica, puedo sacar los datos.</td></tr>
<tr><td>DBA</td><td colspan="4">Describe y utiliza diferentes algoritmos, convencionales y no convencionales, al realizar operaciones entre números racionales en sus diferentes representaciones (fracciones y decimales) y los emplea con sentido en la solución de problemas.
(DBA 2)
Usa el principio multiplicativo en situaciones aleatorias sencillas y lo representa con tablas o diagramas de árbol. Asigna probabilidades a eventos compuestos y los interpreta a partir de propiedades básicas de la probabilidad. (DBA 9)</td></tr>
</table>

NÚMEROS MIXTOS

ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS MIXTOS

Ejemplo 1 Halla: $5\frac{3}{4}+2\frac{5}{6}$

Resolución

Se puede realizar de dos formas:

1ª. forma **2ª. forma**

- Convertimos los mixtos a fracción impropia.

$$5\frac{3}{4}=\frac{23}{4};\quad 2\frac{5}{6}=\frac{17}{6}$$

- Procedemos a sumar.

$$\frac{23}{4}+\frac{17}{6}=\frac{69+34}{12}$$

$$=\boxed{\frac{103}{12}}$$

Ejemplo 2 Efectúa: $6\frac{18}{24}-2\frac{20}{32}$

Resolución

1ª. forma **2ª. forma**

- Se simplifican las fracciones, si es posible.

$$6\frac{\overset{3}{\cancel{18}}}{\underset{4}{\cancel{24}}}=6\frac{3}{4}\ ;\ 2\frac{\overset{5}{\cancel{20}}}{\underset{8}{\cancel{32}}}=2\frac{5}{8}$$

- Se convierten los mixtos a fracción impropia.

$$6\frac{3}{4}=\frac{27}{4}\qquad 2\frac{5}{8}=\frac{21}{8}$$

- Se resta.

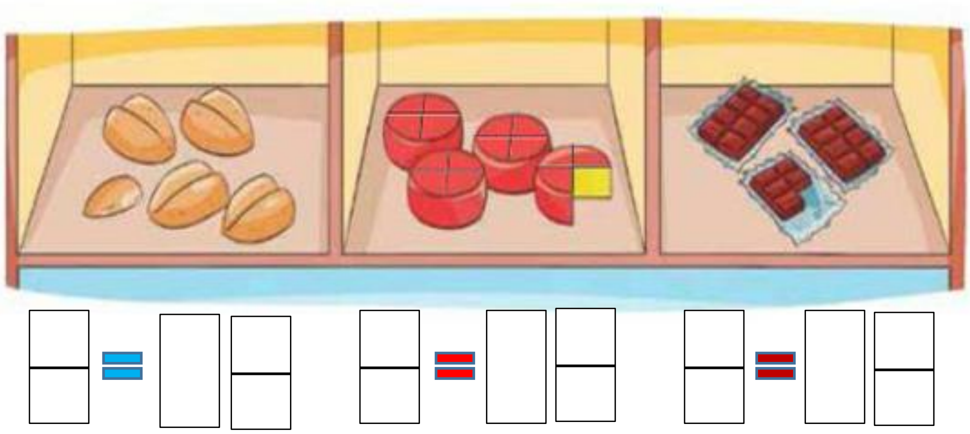
$$\frac{27}{4}-\frac{21}{8}=\frac{54-21}{8}$$

$$=\boxed{\frac{33}{8}}$$

ACTIVIDAD 1

1. En una despensa es posible apreciar los siguientes productos.

PAN QUESO BARRAS DE CHOCOLATE



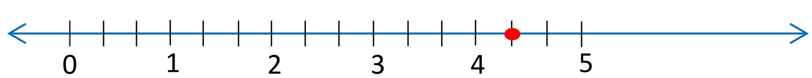
Completa con la fracción y el número mixto correspondiente a cada producto.

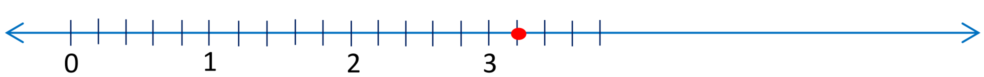
2. César compra varias pizzas para repartir en su fiesta, ¿Cuántas pizzas repartió Cesar en su fiesta? de acuerdo al siguiente gráfico. Justifica tu respuesta, escribe el proceso de solución.

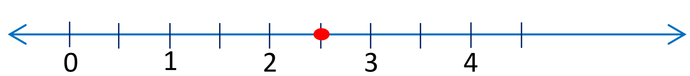
3. Ana preparó $9\frac{1}{2}$ litros de jugo de mora y los sirvió en vasos de $\frac{1}{2}$ litro cada uno, María en cambió preparó $6\frac{3}{4}$ litros de jugo de mango pero los sirvió en vasos de $\frac{1}{4}$ litro cada uno. ¿Quién sirvió más vasos? Explica tu respuesta o escribe el proceso de solución.

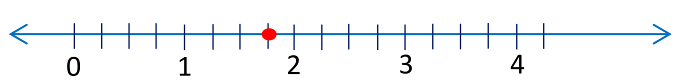
4. David y Daniel compran unas naranjas para hacer jugo, si con $9\frac{3}{4}$ naranjas prepararon 3 vasos de jugos, ¿Cuántas naranjas serán necesarias para preparar 5 vasos? (Considera que las naranjas son iguales y tienen la misma cantidad de jugo). Escribe el proceso de solución o justifica tu respuesta.

5. Identifica la fracción y el número mixto ubicado en cada una de las siguientes rectas numéricas. Explica el por qué de tu respuesta.

a. 

b. 

c. 

d. 

6. Ubica en la recta numérica los siguientes números mixtos, e identifica su correspondiente fracción.

a. $5\frac{1}{4}$

b. $4\frac{3}{7}$

c. $7\frac{5}{9}$

d. $-3\frac{2}{5}$

e. $-4\frac{1}{2}$

f. $-2\frac{4}{11}$

7. En la figura 1 se observan el peso de cuatro costales.

Figura 1

¿Cómo podría representarse el peso de cada costal en una sola recta numérica?, además determina el correspondiente peso de cada costal en número mixto y ubícalo en la recta numérica anterior.

8. Proponga dos problemas de su vida cotidiana que involucren números mixtos y resuélvelos, escribe el proceso de solución.

EXPRESIÓN DECIMAL DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Las fracciones decimales son todas aquellas fracciones denominador es una potencia de 10.

Ejemplo 1

$$\frac{5}{10}; \quad -\frac{189}{1000}; \quad \frac{1}{100}; \quad \frac{38}{10000}$$

Cuando se efectúan los cocientes indicados (división) en cada caso, se obtiene 0,8; 5,6666; 23,1565656 y 0,013, los cuales se conocen como **Números decimales**.
Un número decimal es cualquier número real que está formado por una **parte entera** y otra **parte decimal**, las cuales están separadas por una coma.

Clases de números decimales

- **Números decimales exactos.**
- **Números decimales periódicos.**
  - **Números decimales periódicos puros.**
  - **Números decimales periódicos mixtos.**

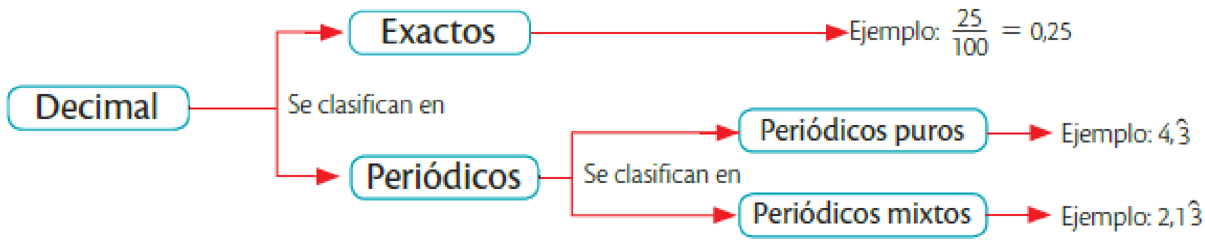


Figura 1

NÚMEROS DECIMALES EXACTOS

Un **número decimal exacto** es aquel que tiene una cantidad finita de cifras decimales y corresponden a fracciones decimales o a fracciones equivalentes a una fracción decimal.

Ejemplo 2

$$\frac{3}{5}; \quad \frac{25}{1000}; \quad \frac{42}{4}; \quad 0{,}5; \quad 2{,}75; \quad 12{,}625$$

NÚMEROS DECIMALES PERIÓDICOS

Un **número decimal periódico** es un número racional caracterizado por tener un periodo (cifras decimales que se repiten indefinidamente). Este periodo puede constar de una o varias cifras.

Ejemplo 3

El número racional $\frac{13}{3}$ es equivalente a un decimal en el que la cifra 3 se repite de manera indefinida. Para notar ese hecho se ubica un arco encima de dicha cifra.

$$\mathbf{\frac{13}{3} = 13 \div 3 = 4{,}333333 \ldots = 4{,}\widehat{3}}$$

Números decimales periódicos puros

Los **números decimales periódicos puros** son aquellos que presentan el periodo inmediatamente después de la coma.

Ejemplo 4

$$\mathbf{\frac{22}{6} = 3{,}66666 \ldots; \quad \frac{4}{3} = 1{,}33333 \ldots; \quad 12{,}565656; \quad 0{,}111111111 \ldots}$$

Números decimales periódicos Mixtos

Los **Números decimales periódicos mixtos** el periodo no aparece inmediatamente después de la coma.

Ejemplo 5

$$\mathbf{\frac{25}{6} = 4{,}16666 \ldots; \quad \frac{41}{6} = 6{,}83333 \ldots; \quad 3{,}4166666 \ldots; \quad 0{,}833333 \ldots}$$

FRACCIÓN CORRESPONDIENTE A UNA EXPRESIÓN DECIMAL

La fracción generatriz de un número decimal es una fracción en la que al dividir el numerador entre el denominador arroja como cociente ese número.

Fracción generatriz de una expresión decimal exacta

La **fracción generatriz de un decimal exacto** tiene como numerador el número sin decimales y como denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número decimal.

Una vez obtenida la fracción generatriz, se simplifica si es posible.

Ejemplo 1

Para hallar la fracción generatriz de 0,345 se sigue este procedimiento:

1. Se escribe el número sin decimales en el numerador.

$$0{,}345 = \frac{0345}{}$$

2. Se escribe en el denominador la potencia de diez con tantos ceros como cifras decimales tenga la expresión decimal dada (en este caso, 3).

$$0{,}345 = \frac{345}{1000}$$

3. Se simplifica hasta obtener una fracción irreducible.

$$0{,}345 = \frac{345}{1000} = \frac{69}{200}$$

Entonces, la fracción generatriz de la expresión decimal 0,345 es $\frac{69}{200}$

Fracción generatriz de una expresión decimal periódica pura

La **fracción generatriz de un decimal periódico puro** cuya parte entera es 0, es una fracción que tiene como numerador el mismo periodo y como denominador tantos nueves como cifras decimales tiene el periodo.

Ejemplo 2

Para determinar la fracción generatriz de 4,151515… se siguen estos pasos:

1. Se escribe el número como la suma de la parte entera más la parte decimal.

$$4{,}1515 = 4,\widehat{15} = 4 + 0,\widehat{15}$$

2. Se halla la fracción que corresponde a la parte decimal.

$$0,\widehat{15} = \frac{15}{99}$$

3. Se escribe el número mixto correspondiente y se expresa como una fracción impropia.

$$4 + \frac{15}{99} = 4\frac{15}{99} = \frac{(4 * 99) + 15}{99} = \frac{396 + 15}{99} = \frac{411}{99}\ se\ simplifica\ \frac{411}{99} = \frac{137}{33}$$

Así, la fracción generatriz del número decimal 4,15 es $\frac{137}{33}$

Fracción generatriz de una expresión decimal periódica mixta

La **fracción generatriz de un decimal periódico mixto** tiene como numerador las cifras hasta completar un periodo, menos las cifras hasta el anteperiodo, y como denominador tantos nueves como cifras tenga el periodo seguidos de tantos ceros como cifras tenga el anteperiodo.

Ejemplo 3

Observa cómo se halla la fracción generatriz de 8,4131313.

$$8{,}4131313\ldots = 8{,}4\widehat{13} = \frac{8413-84}{990} = \frac{8329}{990}$$

Por consiguiente, la fracción generatriz del número 8,413 es $\frac{8329}{990}$

ACTIVIDAD 2

1. Escribe la expresión decimal correspondiente a cada uno de los siguientes números racionales y clasifícalas. Escribe el proceso de solución.
   a. $\frac{16}{5}$
   b. $\frac{5}{11}$
   c. $\frac{-13}{5}$
   d. $\frac{12}{9}$
   e. $-\frac{121}{10}$
   f. $\frac{472}{100}$
   g. $\frac{-5}{10}$
   h. $\frac{43}{1000}$
   i. $\frac{-6258}{100}$
   j. $\frac{56}{7}$
   k. $\frac{55}{9}$
   l. $\frac{7}{6}$
   m. $\frac{75}{6}$
   n. $-\frac{13}{7}$

2. Demuestra si cada una de las siguientes afirmaciones es correcta o incorrecta. Explica o justifica tu respuesta.
   a. La expresión decimal $\frac{150}{10}$ es 1,5.
   b. $-3{,}45$ es la expresión decimal de $\frac{-345}{1000}$.
   c. La expresión $\frac{45}{16}$ es 2,81.
   d. $4,\widehat{90}$ es la expresión decimal $\frac{54}{11}$.

3. Relaciona cada fracción con su expresión decimal. Justifica tu solución o relación realizada.
   a. $\frac{1}{4}$
   b. $\frac{8}{5}$
   c. $\frac{1}{6}$
   d. $\frac{32}{12}$

$\boxed{2,\hat{6}}$ $\boxed{0{,}25}$ $\boxed{0{,}1\hat{6}}$ $\boxed{1{,}6}$

4. Relaciona cada número decimal con la fracción generatriz que le corresponde. Justifica tu solución o relación realizada.

a. $\mathbf{0,55}$ **b.** $\mathbf{2,38}$ **c.** $\mathbf{1,\widehat{45}}$ **d.** $\mathbf{3,4\widehat{72}}$

( ) $\frac{191}{55}$ ( ) $\frac{119}{50}$ ( ) $\frac{11}{20}$ ( ) $\frac{16}{11}$

5. El profesor Nilton preguntó a 32 de sus estudiantes acerca de su deporte favorito y anotó la fracción de los que eligieron cada deporte en la tabla 1.

Deporte	Fracción
Baloncesto	$\frac{4}{16}$
Fútbol	$\frac{3}{8}$
Tenis de mesa	$\frac{4}{32}$
Voleibol	$\frac{1}{4}$

Tabla 1

¿Cuál es el orden de popularidad de cada deporte? Justifica tu respuesta.

6. David, María, Daniel, Oscar y Lucía desean ingresar a la atracción mecánica "SUPERSHOT", a la cual pueden ingresar personas con al menos 1,60 metros de estatura.

Decide cuáles de ellos pueden ingresar si sus estaturas son: David $\frac{3}{2}$ de metro, maría $\frac{5}{3}$ de metro, Daniel $\frac{9}{5}$ de metro, Oscar $\frac{4}{3}$ de metro y Lucía $\frac{9}{8}$ de metro. Escribe las razones del por qué de tu respuesta.

7. Responde las preguntas a partir de la información de la Tabla 2. Justifica o explica tus respuestas.

Alimento	Cantidad aproximada de calorías
Papas fritas	$\frac{127}{450}$
Gaseosa personal	$\frac{230}{550}$
Porción de pizza	$\frac{30}{35}$
Hamburguesa	$\frac{120}{80}$

Tabla 2

a. ¿Cuál es el alimento que tiene menos calorías?
b. ¿Cuál es el alimento con mayor cantidad de calorías?
c. Entre la hamburguesa y la porción de pizza, ¿Cuál tiene más calorías?
d. ¿Qué combinación tiene menos calorías, la gaseosa y las papas fritas o la gaseosa y la porción de pizza?
e. ¿Cuántas calorías tiene la gaseosa y la hamburguesa?

8. Clasifica las siguientes expresiones decimales y determina la fracción generatriz correspondiente. Escribe el proceso de solución.

   a. 1,86
   b. 0,53333…
   c. 0,414141…
   d. 72,4852
   e. 2,916666…
   f. 2,181818…
   g. 8,5
   h. 4,090909…

OPERACIONES DE NÚMEROS RACIONALES EN EXPRESIÓN DECIMAL

ADICIÓN DE NÚMEROS DECIMALES

Para **sumar dos números racionales en expresión decimal**, se sigue el procedimiento que se indica a continuación:

- Se escriben los sumandos en posición vertical, garantizando que las comas queden una debajo de la otra.
- Se resuelve la suma como si se tratara de números enteros.
- Se ubica la coma de la suma alineada con la coma de los sumandos.

EJEMPLO 1

Para hallar $45{,}67 + 3{,}8$:

Se escriben los sumandos en posición vertical, de tal forma que las comas queden alineadas una debajo de la otra. En el segundo sumando se puede escribir 0 en el lugar de las centésimas para que ambos números queden con la misma cantidad de cifras decimales.

$$\begin{array}{r} 45{,}67 \\ \underline{+ \quad 3{,}80} \\ 49{,}47 \end{array}$$

Por lo tanto, $45{,}67 + 3{,}8 = 49{,}47$

SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS RACIONALES EN NÚMEROS DECIMALES

Para **sustraer expresiones decimales**, se escribe el sustraendo debajo del minuendo de tal manera que queden alineadas las cifras del mismo valor posicional; luego, se resta como en los números enteros. A la diferencia se le agrega la coma debajo de las comas.

Ejemplo 2

Observa cómo se sustrae $34{,}25$ de $124{,}85$

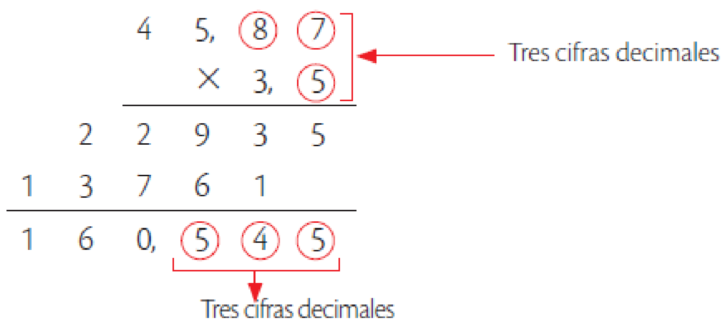
$$\begin{array}{rrl} & 124{,}85 & \longleftarrow \text{Minuendo} \\ - & \underline{34{,}28} & \longleftarrow \text{Sustraendo} \\ & 90{,}57 & \longleftarrow \text{Diferencia} \end{array}$$

MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS RACIONALES EN EXPRESIÓN DECIMAL

Para **multiplicar expresiones decimales**, se efectúa la multiplicación como si se tratara de números enteros, y se separa en el producto tantas cifras decimales como tengan entre los dos factores.

EJEMPLO 3

Observa cómo se realiza la operación (multiplicación) de $45{,}87 * 3{,}5$



ACTIVIDAD 3

1. Realiza las siguientes adiciones entre decimales. Escribe el proceso de solución.

   a. $3{,}8 + 7{,}6$
   b. $29{,}5 + 146{,}89$
   c. $709{,}65 + 1{,}47437$
   d. $45{,}09 + 9$
   e. $4{,}08 + 62{,}9 + 58{,}767$
   f. $2467{,}6 + 36{,}354 + 8{,}06 + 443{,}408$
   g. $9{,}83 + 37 + 0{,}075$

2. Calcula el perímetro de los triángulos de la figura 2, si las medidas están dadas en centímetros. Escribe el proceso de solución.

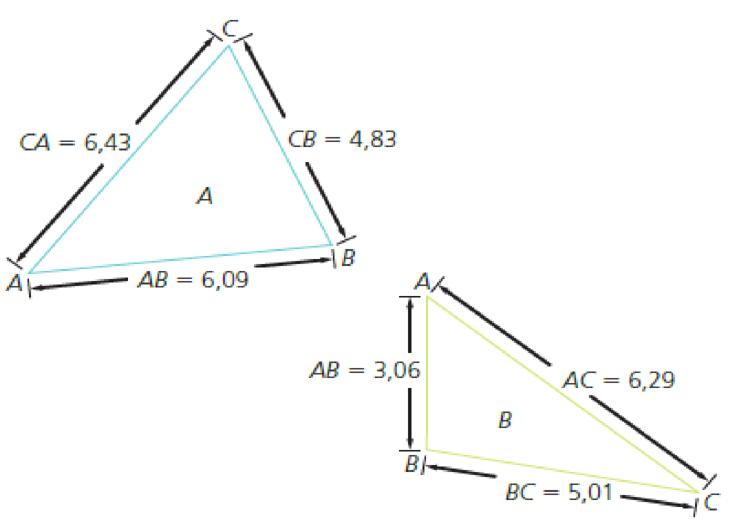


Figura 2

3. Completa la pirámide de la figura 3, sabiendo que el valor de cada casilla corresponde a la suma de los dos números de las casillas que tiene justo debajo.

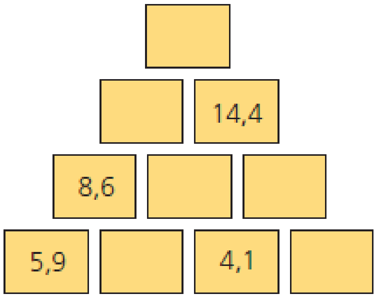


Figura 3

4. César realizó las siguientes compras en el supermercado.

3,647 kg de naranjas

1,3 kg de zanahoria **0,74 kg de maracuyá**

4,625 kg de papa **0,260 kg de pimentón**

0,670 kg de cebolla **2,487 kg de piña**

1,469 kg de arveja

a. ¿Cuánto pesan todas las frutas que compró César?
b. ¿Cuánto pesaron en total todas las verduras?
c. ¿Cuánto pesó todo el mercado que hizo César?

5. Para llegar al colegio cada mañana, Samuel recorre 1,12 km a pie y 4,9 km en la ruta escolar. ¿Cuántos kilómetros recorre Samuel en total ida y vuelta? Escribe el proceso de solución.

6. Una botella de 1,5 L está llena de gaseosa. Si se consumen 0,465 L de gaseosa, ¿Cuántos litros de gaseosa quedan en la botella? Escribe el proceso de solución.

7. De un depósito con agua se sacan 187,25 litros, después se sacan 132,65 litros y luego se sacan 93,5 litros. Al final quedan en el depósito 260 litros. ¿Qué cantidad de agua había en el depósito? Escribe el proceso de solución

8. Escribe los números que faltan en las casillas verdes de la Figura 4 para que se cumpla cada igualdad.

1,5	–		=	0,7
–		–		–
	–		=	
=		=		=
0,6	–		=	3,8

Figura 4

9. Realiza las siguientes multiplicaciones. Escribe el proceso de solución.
    a. $4{,}8 * 3{,}6$
    b. $3{,}5 * 157{,}89$
    c. $408{,}63 * 328{,}749$
    d. $65{,}09 * 8$
    e. $48{,}6 * 0{,}25$

10. Determina el perímetro y el área de la figura 5. Escribe el proceso de solución.

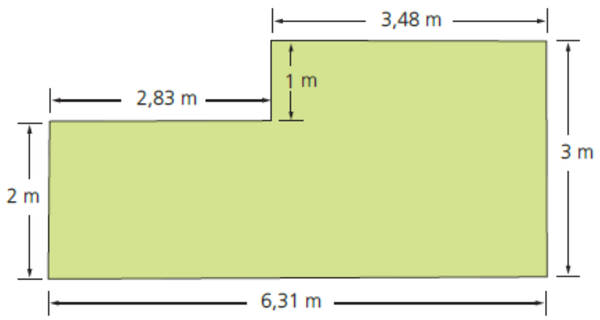
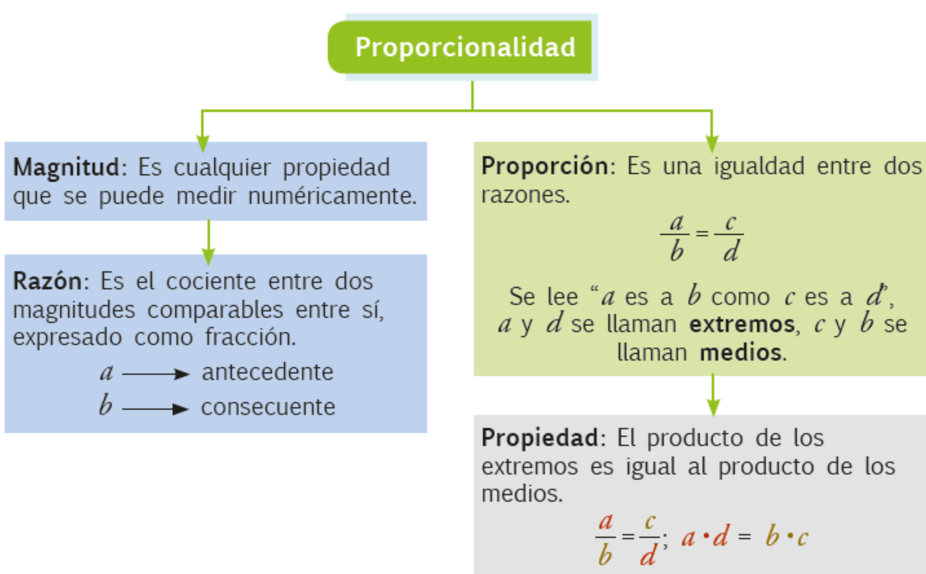


Figura 5

11. Cada jugo de caja pesa 0,22 kg, Si la señora de la cafetería solicita un pedido de 7 docenas y media, ¿Cuánto pesa el total de jugos del pedido hecho por la señora de la cafetería? Escribe el proceso de solución.

12. Andrea trota (recorre) 6,8 km en 5 días. Si en los primeros cuatro días recorre en promedio 1,26 km por día, ¿Qué distancia trota Andrea en su último día de entrenamiento? Escribe el proceso de solución

PROPORCIONALIDAD



La razón entre m y n se escribe $\frac{m}{n}$ o m : n, y se lee: "**m** es a **n**"

Dos razones forman una **proporción** si se puede establecer una igualdad entre ellas. Las razones que forman una proporción son razones equivalentes.

El cociente de las razones que forman la proporción es el mismo, y se denomina **coeficiente o razón de proporcionalidad.**

La **proporcionalidad** es una relación o razón constante entre diferentes magnitudes que se vayan a medir.

Ejemplo 1

Las razones $\frac{3}{6}\ y\ \frac{3}{5}$ no son una proporción, dado que $\frac{3}{6} = 0{,}5$ y $\frac{3}{5} = 0{,}6$ y sus resultados son diferentes.

Ejemplos 2

Verificar si las siguientes razones son proporciones: $\frac{2}{5}\ y\ \frac{8}{20}$

Solución: para su verificación, se multiplica los extremos y se multiplican los extremos $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$

2 * 20 = 5 * 8
40 = 40

Magnitudes directamente proporcionales

Son dos magnitudes tales que, multiplicando una de ellas por un número, la otra también debe ser multiplicada por el mismo número; o dividiendo a una de ellas por un número, la otra también debe ser dividida por el mismo número.

Dos magnitudes A y B son **directamente proporcionales** si están correlacionadas y el cociente entre cada par de valores correspondiente de la magnitud es constante.

Ejemplo 3

- El tiempo y las unidades de trabajo realizadas (a mayor tiempo, mayor trabajo realizado).
- La cantidad y el precio (a mayor cantidad, mayor precio).
- El peso y el precio (a mayor peso, mayor precio).
- El tiempo de trabajo y el sueldo de un trabajador (a mayor tiempo, mayor sueldo).
- El espacio con la velocidad (recorremos mayor distancia si vamos a mayor velocidad).

Ejemplo 4

Determinar el valor desconocido (variable) para que las magnitudes 1 y 2 sean directamente proporcionales.

Magnitud 1	Magnitud 2
3	**6**
5	**X**

Magnitud 1	Magnitud 2
X	**3**
12	**4**

$$3 \cdot x = 5 \cdot 6;\ x = \frac{5 \cdot 6}{3};\ x = \frac{30}{3};\ x = 10$$

$$x \cdot 4 = 12 \cdot 3;\ x = \frac{12 \cdot 3}{4};\ x = 9$$

Ejemplo 5

Si 7 kilos de manzanas cuestan 10,50 dólares, ¿Cuántos dólares cuesta un kilo?

Peso de las manzanas (en kg)	Valor pagado (en $)
7	10,50
1	x

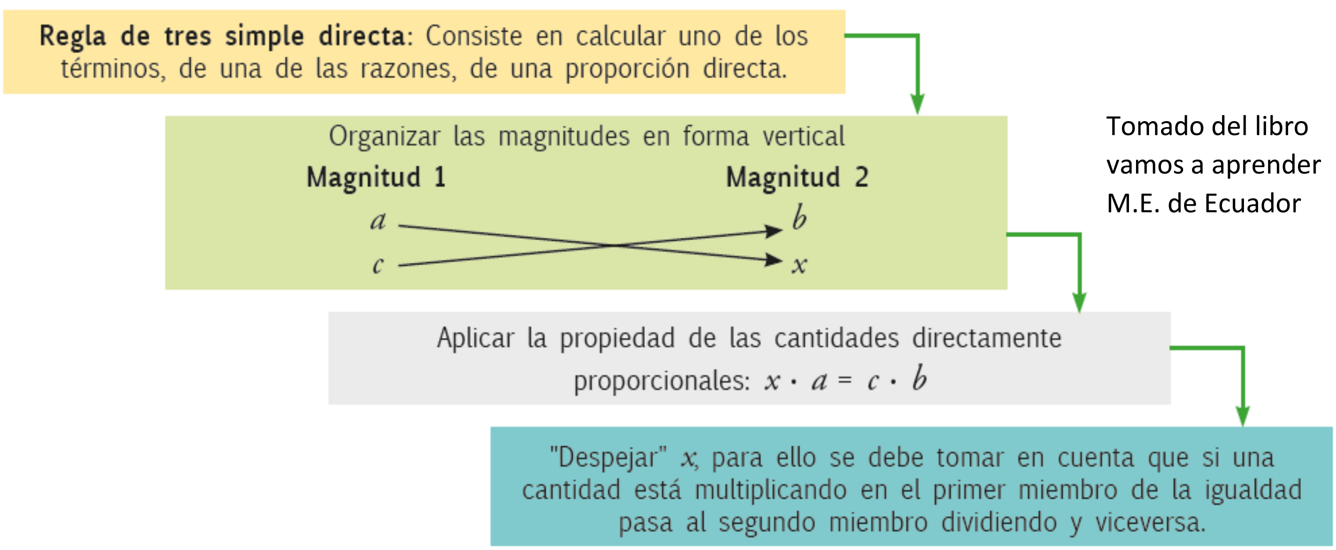
$$7 \cdot x = 1 \cdot 10{,}50$$

$$x = \frac{1 \cdot 10{,}50}{7}$$

$$x = \frac{10{,}50}{7}$$

$$x = 1{,}5$$

La regla de tres es una forma de resolver problemas de proporcionalidad entre tres valores conocidos y una incógnita. En ella se establece una relación de linealidad, proporcionalidad, entre los valores.



Tomado del libro vamos a aprender M.E. de Ecuador

Ejemplo 6

Si 3 kilos de naranjas cuestan 4000 pesos, ¿Cuántos kilos de naranjas puedo compran con 32.000 pesos?

3 Kg -------------- $4000

X kg----------------$32.000

$$\Longrightarrow \quad X = \frac{3\ kg * 32000}{4000} \quad \Longrightarrow \quad X = \frac{96000\ kg}{4000} \quad \Longrightarrow \quad X = 24 \text{ kg}$$

Con los $32000 se pueden comprar 24 kg.

Magnitudes inversamente proporcionales

Dos magnitudes son inversamente proporcionales si al multiplicar (o dividir) una de ellas por un número, la otra queda dividida (o multiplicada) por el mismo número.

Ejemplo 7

Si 2 robots tardan 6 días en hacer un trabajo, ¿Cuántos días tardarán 4 robots en hacer el mismo trabajo?

Robots	Días
2 →	6
4 →	x

$$\underbrace{x \cdot 4}_{\text{1er. miembro de la igualdad}} = \underbrace{2 \cdot 6}_{\text{2do. miembro de la igualdad}}$$

$$x = \frac{2 \cdot 6}{4}$$

$$x = 3$$

Por tal razón 4 Robots tardarán 3 días en hacer el mismo trabajo

Regla de tres inversa

Regla de tres simple inversa: Consiste en calcular uno de los términos, de una de las razones, de una proporción inversa.

Magnitud 1	Magnitud 2
a →	b
c →	x

$$a \cdot b = c \cdot x$$

$$x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Ejemplo 8

Calcular el término desconocido, sabiendo que las magnitudes son inversamente proporcionales**.**

Magnitud 1	Magnitud 2
x	7
3	21

$$x \cdot 7 = 3 \cdot 21; \; x = \frac{3 \cdot 21}{7}; \; x = 9$$

ACTIVIDAD 4

1. Expresa los siguientes enunciados mediante una razón.

   a. Doce niñas por cada nueve niños.
   b. Quince limones por cada cinco piñas.
   c. Tres pantalones por cada ocho camisas.
   d. Treinta y dos estudiantes por cada dos docentes.

2. Halla el valor desconocido en cada proporción. Realiza el proceso de solución para calcular el valor desconocido.

a. $\frac{5}{10} = \frac{y}{8}$

b. $\frac{12}{0,5} = \frac{n}{3}$

c. $\frac{10}{16} = \frac{z}{8}$

d. $\frac{3}{d} = \frac{16}{20}$

3. Un carro recorre una distancia de 100 km en 1,5 h manteniendo una velocidad constante, ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 6 h? plantea la proporción y realiza el proceso de solución.

4. Comprueba si las siguientes razones son proporciones. Escribe el proceso o justifica tu respuesta.

a. $\frac{5}{4} = \frac{20}{16}$

b. $\frac{24}{32} = \frac{8}{9}$

c. $\frac{16}{3} = \frac{45}{7}$

d. $\frac{36}{12} = \frac{18}{6}$

5. Teniendo en cuenta la siguiente información completa los datos de la tabla1, en cinco canastillas se pueden almacenar 120 kilogramos de Tomate chonto. Todas las canastillas tiene la misma capacidad, escribe o explica el por qué de cada respuesta.

Número de canastillas	**Kilogramos de Tomate**
2	
5	110
	220
25	
	902

Tabla 1

6. Tres personas cargan y descargan cuatro turbos en el día. ¿Cuántos días se llevarán para descargar y cargar 48 turbos, las mismas tres personas al mismo ritmo de trabajo? plantea la proporción y realiza el proceso de solución.

7. Para hacer galletas, María agrega tres huevos por cada 500 gramos de mantequilla. Si Triplica la cantidad de mantequilla, ¿Cuántos huevos deberá usar?, plantea la proporción y realiza el proceso de solución.

8. En una floristería venden seis rosas por cada 24 flores. ¿Cuántas rosas le entregaran a una persona que compre ocho docenas de flores?, plantea la proporción y realiza el proceso de solución.

9. Un ganadero tiene forraje (pasto) suficiente para alimentar 25 vacas durante 108 días. ¿Cuántos días podrá alimentar con la misma cantidad de forraje (pasto) a 60 vacas? Escribe el proceso de solución.

10. Para envasar cierta cantidad de leche se necesitan 12 envases de 330 litros de capacidad cada uno. ¿Cuál deberá ser la capacidad de esos envases si se requiere usar 22 de ellos para transportar la misma cantidad de leche? Escribe el proceso de solución.

EL PORCENTAJE

El **porcentaje** es un número asociado a una razón, que representa una cantidad dada como una fracción en 100 partes. También se le llama comúnmente tanto por ciento, donde **por ciento** significa «de cada cien unidades». Se usa para definir relaciones entre dos cantidades, de forma que el tanto por ciento de una cantidad, donde tanto es un número, se refiere a la parte proporcional a ese número de unidades de cada cien de esa cantidad.
El porcentaje se denota utilizando el símbolo **%**, que matemáticamente equivale al factor 0,01 = 1/100.

Ejemplo 1

«Treinta y dos por ciento» se representa mediante 32 % y significa 'treinta y dos de cada cien'. También puede ser representado:

$32\% = \frac{32}{100} = 32 * 0{,}01.$

Ejemplo 2

¿Cuál es 20 % de 5000 camisetas?

Solución: El 20 % de 5000, significa la parte proporcional a 20 unidades por cada 100 de esas 5000, es decir:

$20\ \% * 5000 = \frac{20}{100} \times 5000 = 0{,}20 * 5000 = 1000$

El 20 % de 5000 camisetas es igual a 1000 unidades.

Importancia del porcentaje

El porcentaje es muy importante dado que se utiliza en distintos hábitos de la vida cotidiana, como son:

- En **el comercio**: por ejemplo, para ver los descuentos realizados a determinados productos o servicios.
- **Encuestas realizadas**: por ejemplo, para medir los niveles alcanzados de los datos consultados; el nivel de aceptación de un producto, candidato u otro.
- En **la tecnología**: por ejemplo, para ver el avance en la descarga de un archivo o programa en la red, computador o celular; espacio libre o utilizado en la unidad de almacenamiento de datos.
- **Tasa de interés**: Por ejemplo, cuando solicitamos un préstamo, abrimos un CDT; cuando manejamos tarjetas de crédito.
- **Información nutricional**: presentes en productos, por ejemplo, grasa 9%, sodio 4%, carbohidratos 7%.

La forma de calcular el IVA pagado, para el caso de productos o servicios con un IVA general de 19%, se calcula dividiendo el valor total del bien o servicio entre 1,19. De esta forma, el resultado, si lo multiplicamos de nuevo por 1,19, volveremos a tener el valor inicial.

Ejemplo 3
Veamos: Si realizamos una compra de un reloj por valor de $50.000, y aplicamos el cálculo anterior, tenemos: $50.000/1,19 = $ 42.017 Es decir, que el valor del producto sin IVA es de 42.017 y el IVA de esa compra es de $7.983.
La suma de estas dos cantidades da como resultado, los $50.000 pesos iníciales del valor total.
$ 42.017 + $7.983 = $50.000.

ACTIVIDAD 5

1. Determine el número decimal correspondiente a cada porcentaje.

   a. 20% b. 12,5% c. 45% d. 150%

2. Determine qué porcentaje representa cada número decimal.

   a. O,65 b. 0,3 c. 0,125 d. 2,65

3. Calcular los siguientes porcentajes. Escribe el proceso de solución.
   a. El 25% de 180.
   b. El 19% de 250000.
   c. El 12% de 5600.
   d. El 3% de 2400000.
   e. El 30% de 12300.
   f. El 50% de 72500.

4. Complete la siguiente tabla. xx

Número	**10%**	**12,5%**	**20%**	**50%**	**200%**
60					
	8				
		4			
			250		
				1600	
					9250
24.000					

5. Un comerciante compra una canastilla de tomate por $ 65.000 y lo vende obteniendo una ganancia del 20%. ¿Cuál es el precio de venta de la caja de tomate? Escribe el proceso de solución.

6. Si una tienda aplica descuentos del 35% en todos sus productos, ¿Cuál será el precio final de un par de tenis de $186000? ¿Y el de una camiseta de $78000? Escribe el proceso de solución.

7. El precio de una caja de chocolate, sin IVA, es de $ 16250. Sabiendo que el IVA es el 4%, ¿Cuál será su precio con IVA? Escribe el proceso de solución.

8. En los grados 601 y 602, les gusta la asignatura de matemáticas a 16 de sus 65 alumnos. En los grados 603 y 604, les gusta la asignatura de matemáticas a 12 de sus 61 alumnos. ¿A qué

porcentaje de alumnos les gusta la asignatura de matemáticas en cada par de grados? ¿En qué par de grados les gusta más la asignatura de matemáticas? Escribe el proceso de solución.

9. De los 110 estudiantes de grado séptimo de la IDEMAG, han ganado la asignatura de matemáticas en el tercer periodo académico 88.
¿Qué porcentaje de estudiantes reprobó la asignatura en el tercer periodo académico? Escribe el proceso de solución.

10. Cesar gastó el 65% de sus ahorros en una bicicleta, por lo que ahora le quedan $577500 ahorrados. ¿Cuánto dinero tenía inicialmente César? Escribe el proceso de solución.

EXPERIMENTOS ALEATORIOS

Cuando no se puede saber el resultado de un experimento, aunque se repita muchas veces, se le llama **experimento aleatorio**. Por el contrario, cuando se sabe de antemano el resultado de un experimento, se le llama **determinista**.

Ejemplo 1

Observa algunos tipos de experimento en la tabla 1

Experimentos	
Aleatorios	Deterministas
Obtener un número par al lanzar un dado.	Crear color verde, mezclando amarillo con azul.
Ganar la lotería.	Sumar 2 con 3 y obtener 5.
Escoger un representante del curso de los 30 estudiantes de grado séptimo.	Congelar el agua a una temperatura bajo cero.

Tabla 1

Espacio muestral

El conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio se llama espacio muestral y se denota con la letra E.

Ejemplo 2

El espacio muestral correspondiente a los equipos que participaron en el Mundial Brasil 2014 se muestra en la Figura 1.

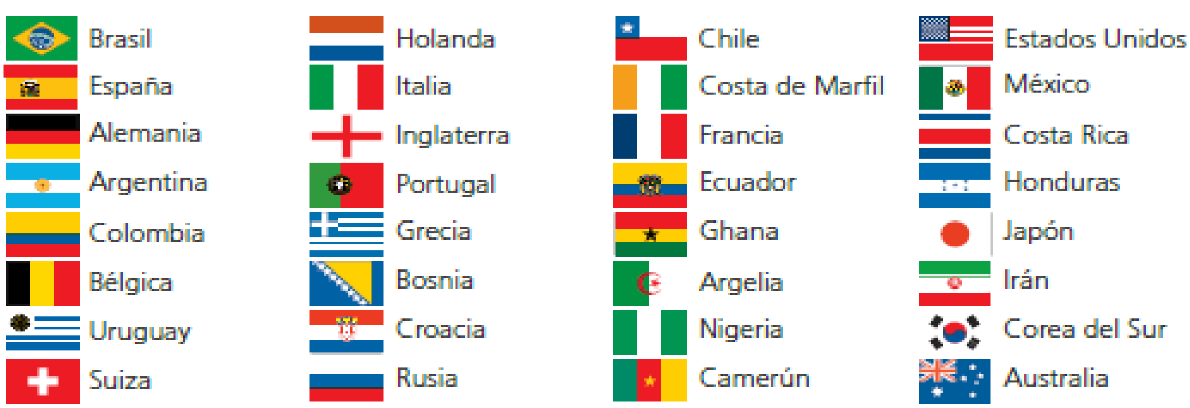


Figura 1

Ejemplo 3
El espacio muestral de lanzar un dado (hexaedro).

$$E = \{1, \quad 2, \quad 3, \quad 4, \quad 5, \quad 6\}$$

Sucesos aleatorios

A los subconjuntos de un espacio muestral se les llama **sucesos o eventos**. Se representan con letras mayúsculas y se designan escribiendo entre llaves los posibles resultados que pueden darse.

Ejemplo 4
Para el evento "sacar el nombre de un país de una urna que contiene el nombre de los países que participaron en el Mundial de Brasil 2014", se pueden considerar estos sucesos:

a. A: "sacar el nombre de un equipo suramericano"

$$A = \{Argentina, \quad Brasil, \quad Colombia, \quad Chile, \quad Ecuador, \quad Uruguay\}$$

b. B: "sacar el nombre de un equipo europeo"

$$B = \{Alemania, \quad Bélgica, \quad Bosnia, \quad Croacia, \quad España, \quad Francia, \quad Grecia, \quad Holanda, \quad Inglaterra, \quad Italia, \quad Portugal, \quad Rusia, \quad Suisa \}$$

Tipos de sucesos

- Suceso elemental: es el formado por un solo resultado.
- Suceso compuesto: es el formado por más de un resultado.
- Suceso seguro: es el que ocurre siempre en un determinado experimento.
- Suceso imposible: es el que nunca ocurre en un determinado experimento.

Ejemplo 5
En el Mundial de Fútbol del 2018 se pueden presentar diferentes tipos de sucesos, como se muestra en la Tabla 2.

Tipo de suceso	El ganador del Mundial será...
Elemental	El que ha ganado más copas mundiales. $A = \{\text{Brasil}\}$
Compuesto	El que ya ha sido campeón mundial. $B = \{\text{Brasil, Alemania, Italia, Argentina, España, Inglaterra, Francia, Uruguay}\}$
Seguro	Uno de los equipos clasificados para el Mundial de Fútbol 2018.
Imposible	Un equipo no clasificado para el Mundial de Fútbol 2018. $C = \varnothing$

Tabla 2

Sucesos compatibles, incompatibles y contrarios

Dos **sucesos son compatibles** si tienen al menos un suceso elemental en común.
Dos **sucesos son incompatibles** si no tienen ningún suceso elemental en común.

Ejemplo 6

Si se extrae al azar una bola de la urna de la Figura 2, es posible determinar los siguientes sucesos:
H: “sacar una bola con el número 8”
G: “sacar una bola de color verde”

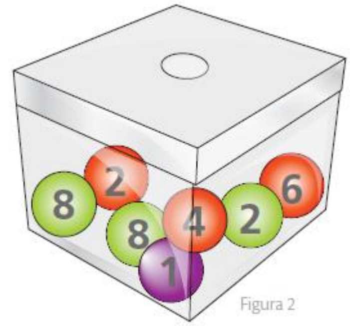


Figura 2

Estos dos sucesos son compatibles porque pueden verificarse al mismo tiempo: se puede extraer una bola de color verde que tenga el número 8.
Por su parte, los sucesos P: “sacar una bola roja” y Q: “sacar una bola con un número impar” son incompatibles, porque cualquier bola que se extraiga de esa urna no puede ser roja y tener un número impar al mismo tiempo.

Se llama **suceso contrario** de A al suceso que ocurre siempre que no ocurra A y se expresa de la forma A. Los sucesos contrarios también se llaman complementarios.

Ejemplo 7

En el experimento que consiste en el lanzamiento de un dado cúbico con las caras numeradas del 1 al 6, el suceso contrario a A: “salir número par” $= \{2, 4, 6\}$ es el suceso A: “salir número impar” $= \{1, 3, 5\}$.
Observa que si se verifica el suceso A no se verifica el suceso contrario A y viceversa.

Sucesos equiprobables
Los sucesos equiprobables son aquellos que tienen la misma probabilidad de ocurrir

Ejemplo 8
En la Figura 3 se muestra una urna con tantas bolas rojas como azules. Los sucesos A: “sacar una bola roja” y B: “sacar una bola azul” son equiprobables, ya que es igual de probable extraer una bola roja o una bola azul de la urna.

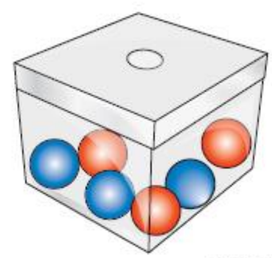


Figura 3

ACTIVIDAD 6

1. Escribe tres ejemplos de experimentos aleatorios y tres de experimentos deterministas.
2. Enuncia **los sucesos contrarios** a los sucesos indicados en cada caso, si se sabe que una bolsa contiene una bola roja, una azul y una negra.

   A: “sacar la bola roja”
   B: “sacar la bola azul”
   C: “sacar la bola negra”

3. Observa las ruletas de las Figuras 5 a 8. ¿En cuál de ellas es igual de probable obtener verde que amarillo?, justifica tu respuesta.

a. b. c. d.

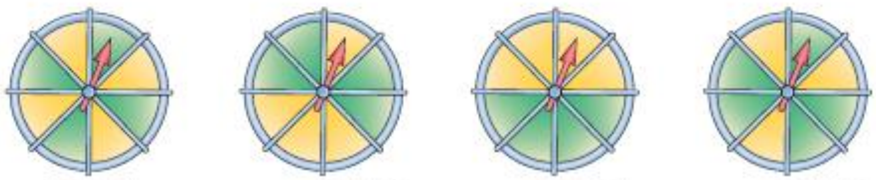


Figura 5 Figura 6 Figura7 Figura 8

4. Javier tiene una bolsa con pinturas de color anaranjado, amarillo y rosado. Sin mirar, saca dos pinturas para dárselas a Susana.

   a. Escribe el espacio muestral.
   b. Propón dos sucesos compatibles.
   c. Escribe dos sucesos incompatibles.

5. Describe un experimento aleatorio y, a partir de este, determina lo siguiente.
   a. El espacio muestral.
   b. Dos sucesos elementales.
   c. Dos sucesos compuestos.
   e. Dos sucesos compatibles.
   f. Dos sucesos incompatibles.
   g. Dos sucesos equiprobables.
   h. Dos sucesos seguros.
   i. Dos sucesos imposibles.

6. En la Figura 9 se muestra una botella con bolas rojas, verdes, negras y azules, marcadas o numeradas cada una con un número del 0 hasta el 15.

Figura 9

a. Determinar el espacio muestral
b. Si se extrae al azar una bola de la urna de la Figura 9, es posible determinar los siguientes sucesos, justifica tus respuestas, además identifica el tipo de suceso de cada uno:

   H: “sacar una bola con el número 8”
   G: “sacar una bola de color verde”

I: “sacar una bola de color negra marcada con un número impar”
J: “sacar una bola marcada con número primo”
L: “sacar una bola marcada con un número múltiplo de 3”
M: “sacar una bola de color azul marcada con un número mayor que 2”

7. Identifica el tipo de suceso correspondiente a cada situación, justifica tu respuesta.

8. Propón un ejemplo de suceso aleatorio y aplícalo a tus compañeros de curso.

PROBABILIDAD

Evento: es un conjunto de resultados posibles que pueden estar dentro de un conjunto mayor, se denota con letras mayúsculas.

Probabilidad de un evento: Mide la posibilidad de que ocurra un evento.

P(A) = probabilidad de que ocurra el evento A.

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) = \frac{\textit{Número de casos favorables}}{\textit{Números de casos totales}}$$

La probabilidad
puede estar expresada en forma de fracción, número decimal o porcentaje.

Su valor siempre está entre
0 y 1 (0 y 100%)

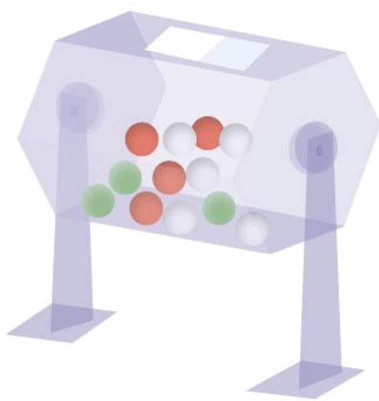
Ejemplo 1

Si se lanza un dado, en base a ello obtenemos las siguientes probabilidades de unos eventos.

Evento	Casos favorables	Casos posibles	Probabilidad
Sale 2	1	6	$\frac{1}{6}$
Sale un número par	3	6	$\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
Sale 6	1	6	$\frac{1}{6}$

ACTIVIDAD 7

1. En una urna se encuentran 5 esferas blancas, 4 rojas y 3 verdes. Si extraemos una esfera al azar, determina la probabilidad de que la esfera extraída sea:



Roja (R)	Verde (V)	Blanca (B)
No Roja (No R)	No Verde (No V)	No Blanca (No B)

2. Determina la probabilidad de que la flecha de la ruleta caiga en los siguientes colores.

$P\ (naranja) = \text{——}$

$P\ (verde) = \text{——}$

$P\ (amarillo) = \text{——}$

$P\ (azul) = \text{——}$

3. Para el viaje de final de curso, los estudiantes de grado undécimo de la una rifa con 500 Boletas numeradas del 000 al 999 con dos probabilidades cada una. José compró una boleta, María compró cuatro y Oscar compró una.

   ¿Qué oportunidades o probabilidad de ganar tiene cada uno? Justifica tu respuesta.

4. En una bolsa se depositan diez tarjetas numeradas del 0 al 9. Si se extrae una tarjeta al azar, calcula la probabilidad de los siguientes sucesos.
   a. A: "salir 3"
   b. B: "salir múltiplo de 4"
   c. C: "salir 13"
   d. D: "salir número compuesto"

5. Si lanzas dos dados cúbicos con las caras numeradas con los números del 1 hasta el 6, ¿Cuál es la probabilidad de sacar un siete?

   Determina el espacio muestral.

6. Calcula la probabilidad de cada suceso, si el experimento consiste en sacar una bola de una bolsa que contiene cinco bolas rojas, tres azules y una amarilla.
   a. Que sea roja.
   b. Que sea azul.
   c. Que sea amarilla.
   d. Que no sea roja.
   e. Que no sea amarilla.
   f. Que no sea azul.

7. Propón dos ejemplos de tu vida cotidiana donde apliques la probabilidad y resuélvelos.